

द्रव्यमान केन्द्र (centre of mass)

सारांश

द्रव्यमान आघूर्ण : $\vec{M} = m\vec{r}$

'N' कणों के निकाय का द्रव्यमान केन्द्र

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}; \quad \vec{r}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i\vec{r}_i$$

जहाँ $M = \left(\sum_{i=1}^n m_i \right)$ निकाय का कुल द्रव्यमान

सतत् द्रव्यमान के लिये द्रव्यमान केन्द्र

सतत् द्रव्यमान में द्रव्यमान केन्द्र योग चिन्ह को समाकलन चिन्ह से प्रदर्शित करके ज्ञात करते हैं तथा समाकलन की सीमा परिस्थितियों के अनुसार होती है।

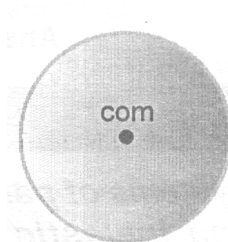
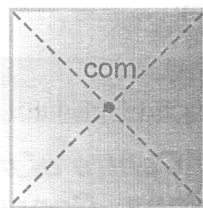
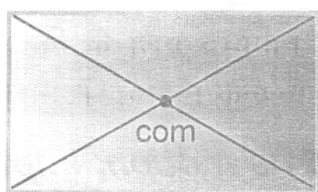
$$x_{cm} = \frac{\int x dm}{\int dm}, y_{cm} = \frac{\int y dm}{\int dm}, z_{cm} = \frac{\int z dm}{\int dm}$$

$\int dm = M$ (mass of the body) (वस्तु का द्रव्यमान)

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$

नोट: यदि वस्तु का x अक्ष के परितः सममित द्रव्यमान वितरण है तो उसका द्रव्यमान केन्द्र का y निर्देशांक शून्य होगा और इसका विलोम भी सही है।

1. समरूप आयत, वर्ग तथा वृत्ताकार प्लेट का द्रव्यमान केन्द्र उसके केन्द्र पर होगा।



2. द्विविमीय आयताकार प्लेट (2-विमीय) वस्तु की मोटाई नगण्य है के लिये द्रव्यमान केन्द्र ज्ञात करने का सूत्र निम्न है—

$$\vec{r}_{COM} = \frac{A_1\vec{r}_1 + A_2\vec{r}_2 + \dots}{A_1 + A_2 + \dots} \quad A \text{ क्षेत्रफल के लिये है}$$

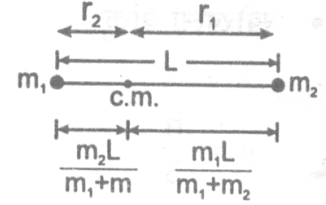
3. किसी दृढ़ निकाय से यदि कुछ द्रव्यमान निकाल लिया जाये तो बाकी बचे भाग का द्रव्यमान केन्द्र निम्न सूत्र से ज्ञात करो।

$$\vec{r}_{COM} = \frac{m_1\vec{r}_1 - m_2\vec{r}_2}{m_1 - m_2} \quad \text{या} \quad \vec{r}_{COM} = \frac{A_1\vec{r}_1 - A_2\vec{r}_2}{A_1 - A_2}$$



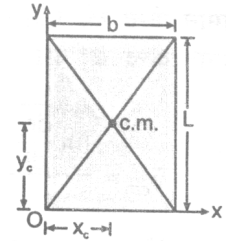
प्रचलित निकायों का द्रव्यमान केन्द्र

- दो बिन्दु द्रव्यमान निकाय के लिये $m_1 r_1 = m_2 r_2$
 द्रव्यमान केन्द्र भारी द्रव्यमान के पास होगा



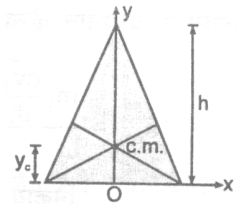
- आयताकार प्लेट (सममिति द्वारा)

$$x_c = \frac{b}{2} \quad y_c = \frac{L}{2}$$



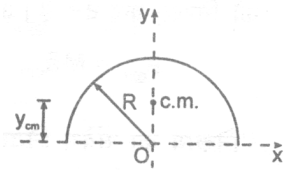
- त्रिभुजाकार प्लेट (संख्यात्मक विश्लेषण द्वारा)

केन्द्र पर $y_c = \frac{h}{3}$



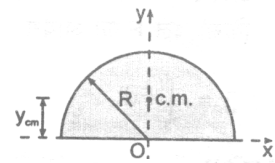
- अर्धवृत्ताकार वलय

$$y_c = \frac{2R}{\pi}, \quad x_c = 0$$



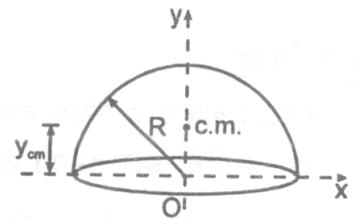
- अर्धवृत्ताकार चकती

$$y_c = \frac{4R}{3\pi}, \quad x_c = 0$$



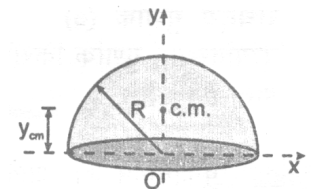
- अर्धवृत्ताकार खोखला गोला

$$y_c = \frac{R}{2}, \quad x_c = 0$$

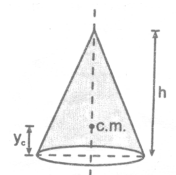


- अर्धवृत्ताकार ठोस गोला

$$y_c = \frac{3R}{8}, \quad x_c = 0$$



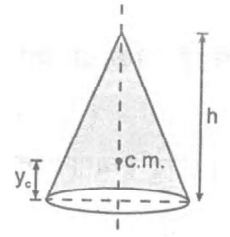
- ठोस शंकु



$$y_c = \frac{h}{4}$$

- खोखला शंकु

$$y_c = \frac{h}{3}$$



- ☞ द्रव्यमान केन्द्र की गति तथा संवेग संरक्षण
 द्रव्यमान केन्द्र का वेग

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1 \frac{d\vec{r}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{r}_2}{dt} + m_3 \frac{d\vec{r}_3}{dt} + \dots + m_n \frac{d\vec{r}_n}{dt}}{M} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots + m_n \vec{v}_n}{M}$$

$$\vec{P}_{System} = M \vec{v}_{cm}$$

- ☞ निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण

$$\vec{a}_{cm} = \frac{m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} + m_3 \frac{d\vec{v}_3}{dt} + \dots + m_n \frac{d\vec{v}_n}{dt}}{M} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + m_3 \vec{a}_3 + \dots + m_n \vec{a}_n}{M}$$

$$= \frac{\text{निकाय पर कुल बल}}{M} = \frac{\text{कुल बाह्य बल} + \text{कुल आंतरिक बल}}{M} = \frac{\text{कुल बाह्य बल}}{M}$$

($\therefore$ क्रिया और प्रतिक्रिया दोनों एक निकाय के आंतरिक बल होते हैं अतः दोनों के सदिश योग के कारण दोनों एक दूसरे को निरस्त कर देते हैं। अतः निकाय के आंतरिक बलों को योग शून्य होता है।)

$$\vec{F}_{ext} = M \vec{a}_{cm}$$

“निकाय का संवेग नियत रहता है जब तक कि उस पर बाह्य बल आरोपित नहीं हो”

आवेग

किसी बल F का आवेग

$$\vec{J} = \int_i^f \vec{F} dt$$

$$\vec{J} = \Delta \vec{P} \quad (\text{आवेग-संवेग नियम})$$

महत्त्वपूर्ण बिन्दु :

- ☞ गुरुत्वाकर्षण व स्प्रिंग बल हमेशा अनआवेगीय होते हैं।

- ☞ एक आवेगी बल हमेशा अन्य आवेगी बल से ही संतुलित हो सकता है।

नोट: संवेग संरक्षित रहेगा यदि बाह्य बल अनआवेगीय है उदाहरण गुरुत्वाकर्षण अथवा स्प्रिंग बल।

- ☞ संघट्ट गुणांक (e)

प्रत्यावस्थान गुणांक किसी भी वस्तु के आकृति वापिस प्राप्त करने के एवम् आकृति बिगड़ने के आवेग के अनुपात के बराबर होता है।

$$e = \frac{\text{पुनःनिर्माण का आवेग}}{\text{वि रू पण का आवेग}} = \frac{\int \vec{F}_r dt}{\int \vec{F}_d dt} = \frac{\text{टक्कर की रेखा के अनुदिश अलगाव का वेग}}{\text{टक्कर की रेखा के अनुदिश पहुंच का वेग}}$$

नोट: e वस्तु के आकार व द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है, परन्तु वस्तु के पदार्थ पर निर्भर करता है। दो विशेष वस्तुओं के लिए प्रत्यावस्थान गुणांक नियत होता है।

(a) $e = 1$

- पुननिर्माण का आवेग = विरूपण का आवेग
- अलगाव का वेग = पहुंच का वेग
- गतिज ऊर्जा संरक्षित हो सकती है।

(b) $e = 0$

- प्रत्यास्थ टक्कर
- पुननिर्माण का आवेग $= 0$
- अलगाव का वेग $= 0$
- गतिज ऊर्जा असंरक्षित

(c) $0 < e < 1$

- पूर्णतया अप्रत्यास्थ टक्कर
- पुननिर्माण का आवेग $<$ विरूपण का आवेग
- अलगाव का वेग $<$ पहुंच का वेग
- गतिज ऊर्जा असंरक्षित
- अप्रत्यास्थ टक्कर

महत्वपूर्ण बिन्दु :

प्रत्यास्थ टक्कर में यदि खुरदरी सतह उपस्थित है तो

$$k_f < k_i \text{ (क्योंकि घर्षण आवेगी है)}$$

- ☞ उपयुक्त स्पर्शज्या दिशा के अनुदिश आवेग का कोई घटक कार्य नहीं करता है। इस प्रकार अलग-अलग कणों का रेखीय संवेग या रेखीय वेग (यदि द्रव्यमान नियत हो) इस दिशा के अनुदिश अपरिवर्तित रहता है।
- ☞ टक्कर के दौरान दोनों कणों पर कुल आवेग शून्य होता है। इसलिए दोनों कणों का कुल संवेग टक्कर से पहले व बाद में किसी भी संरक्षित रहता है।
- ☞ प्रत्यावस्थान गुणांक की परिभाषा, उभयनिष्ठ अभिलंब दिशा के अनुदिश हम लिख सकते हैं। अलगाव का सापेक्ष वेग $= e$ (पहुंच का सापेक्ष वेग)

परिवर्ती द्रव्यमान निकाय :

यदि निकाय में $\mu \text{ kg/s}$ की दर से तथा सापेक्ष वेग $\vec{v}_{rel}$ (निकाय के सापेक्ष) से किसी द्रव्यमान को जोड़ा या घटाया जाय तो इस द्रव्यमान द्वारा निकाय पर लगाये गये बल का परिमाण $\mu |\vec{v}_{rel}|$ होता है।

उत्प्लवक बल ($\vec{F}_t$)

$$\vec{F}_t = \vec{v}_{rel} \left(\frac{dm}{dt} \right)$$

रॉकेट प्रक्षेप :

यदि रॉकेट का प्रारम्भिक वेग $u = 0$ तथा गुरुत्व नगण्य मानने पर

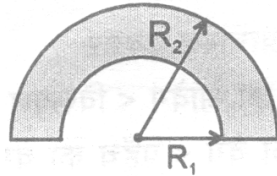
$$v = v_r \ln \left(\frac{m_0}{m} \right)$$

Exercise # 1

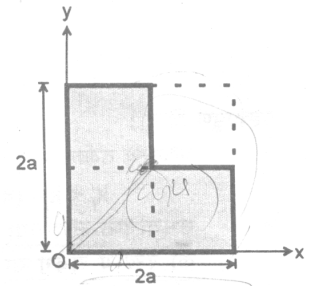
PART – I : SUBJECTIVE QUESTIONS

SECTION (A) : द्रव्यमान केन्द्र की गणना (CALCULATION OF CENTRE OF MASS)

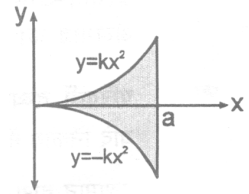
- A1. तीन कण जिनका द्रव्यमान 1 kg, 2 kg तथा 3 kg है एक समबाहु त्रिभुज ABC के तीन कोनों A, B, C पर क्रमशः रखे हैं तथा इसकी भुजा 1 m है। A से इसके द्रव्यमान केन्द्र की दूरी ज्ञात कीजिए।
 A2. चित्र में प्रदर्शित अर्द्ध चन्द्राकार चकती का द्रव्यमान केन्द्र ज्ञात करो।



- A3. चित्रानुसार एक समान प्लेट का मूल बिन्दु के सापेक्ष द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति बताइये।



- A4. एक 2R त्रिज्या की चकती से R त्रिज्या की चकती को इस तरह से काटा जाता है कि छिद्र का किनारा चकती के किनारे को स्पर्श करें शेष चकती का द्रव्यमान केन्द्र बताइये।
 A5. धातु की एक पतली एक समान मोटाई वाली शीट को चित्रानुसार रेखा $x=a$ तथा $y=\pm kx^2$ से परिबद्ध आकृति के अंतर्गत काटा जाता है। द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक बताइये।



SECTION (B) : द्रव्यमान केन्द्र की गति (MOTION OF CENTRE OF MASS)

- B1. एक कण को क्षैतिज से 45° कोण पर धरातल के सापेक्ष 20 m/s वेग से बन्दूक से प्रक्षेपित किया जाता है। इसके अधिकतम ऊँचाई पर कण दो समान द्रव्यमान में टूट जाता है। एक भाग जिसकी प्रारम्भिक चाल शून्य है उर्ध्वाधर नीचे गिरता है। दूसरा भाग बन्दूक से कितनी दूरी पर गिरेगा। धरातल समतल मानिये तथा $g=10 \text{ m/s}^2$ है ?

- B2. एक गुरुत्वहीन कमरा मानिए उसमें एक M द्रव्यमान की ट्रे है जिसमें L लम्बाई और m द्रव्यमान का घनाकार बर्फ का टुकड़ा रखा है, जो मध्य में स्थित है (चित्र में)। यदि बर्फ पिघलता है तो ट्रे तथा बर्फ के निकाय का द्रव्यमान केन्द्र किस दूरी से नीचे आता है।



- B3. एक 60 kg द्रव्यमान का लड़का 40 kg वाले प्लेट फॉर्म पर खड़ा हुआ है जो चिकने क्षैतिज धरातल पर रखा है। वह धरातल के सापेक्ष 1 kg द्रव्यमान वाले पत्थर को $v=10 \text{ m/s}$ के वेग से धरातल से 45° के कोण पर फेंकता है। प्लेटफॉर्म का विस्थापन (लड़के के साथ) साथ करो जब पत्थर धरातल पर गिरता है। ($g=10 \text{ m/s}^2$)

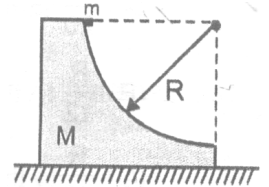
- B4. मि.वर्मा (50 kg) तथा मि.माथुर (60 kg) एक 4 मीटर लम्बी (40 kg) तथा स्थिर पानी में स्थित बोट के दोनों कोनों पर बैठे हैं। यांत्रिकी की एक प्रश्न को हल करने के लिए दोनों बोट के माध्य में आते हैं। इस प्रक्रम के दौरान बोट पानी में कितनी दूरी चलेगी। पानी का घर्षण नगण्य मानिए ?

- B5. एक गुब्बारा हल्की रस्सी तथा बन्दर चित्रानुसार हवा में विरामास्था में है। यदि बन्दर रस्सी के ऊपर भाग पर पहुँचता है तो गुब्बारा कितनी दूरी नीचे आयेगा ? गुब्बारे का द्रव्यमान =M, बन्दर का द्रव्यमान m तथा बन्दर द्वारा रस्सी पर चढ़ी गयी लम्बाई =L है।



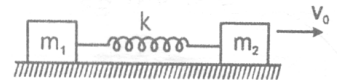
SETION (C): रेखीय संवेग संरक्षण (CONSERVATION OF LINEAR MOMENTUM)

- C1. U-238 नाभिक प्रारम्भ में स्थिर अवस्था में है, यह 1.4×10^7 मी./सैक. चाल से एक α कण उत्सर्जित करता है। शेष बचे थोरियम 234 नाभिक की प्रतिक्रिया चाल ज्ञात कीजिए। नाभिक का द्रव्यमान, उसकी द्रव्यमान संख्या के समानुपाती मान लीजिए।
- C2. प्रारम्भ में विरामावस्था में स्थित न्यूट्रॉन, निम्न कणों एक प्रोटॉन एक इलेक्ट्रॉन एवं एक एन्टी न्यूट्रिनो में विखण्डित होता है। उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन का संवेग $p_1 = 1.4 \times 10^{-26}$ किमी./सैक. तथा एन्टी-न्यूट्रिनो का $p_2 = 6.4 \times 10^{-27}$ किग्रा./सैक. है। प्रोटॉन की प्रतिक्रिया चाल निम्न दो स्थितियों में ज्ञात कीजिए।
(A) यदि इलेक्ट्रॉन तथा एन्टी न्यूट्रिनो एक ही दिशा में उत्सर्जित होते हैं तथा
(B) यदि वे परस्पर लम्बवत् दिशा में उत्सर्जित होते हैं। प्रोटॉन का द्रव्यमान $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ किग्रा.।
- C3. तीन 20 g, 30 g तथा 40 g के कण प्रारम्भ में निर्देशांक अक्षों की तनों अक्षों के धनात्मक दिशा के अनुदिश 20 cm/s के वेग से गति कर रहे हैं। यदि इनकी परस्पर अन्योन्य प्रतिक्रिया के कारण पहला विरामावस्था में आ जाता है, दूसरे का वेग $10\hat{i} + 20\hat{k}$ हो जाता है तो तीसरे कण का वेग (in cm/s) क्या होगा ?
- C4. एक (ट्रॉली+बच्चा) जिनका कुल द्रव्यमान 200 kg है, घर्षण रहित पथ पर 36 km/h की चाल से गति कर रहे हैं। 20 kg द्रव्यमान का बच्चा कार पर एक सिरे से दूसरे सिरे की तरफ (10 m दूर) 10 ms^{-1} से ट्रॉली के दिशा में दौड़ता है तब उसी वेग से ट्रॉली से कूदता है। ट्रॉली की अंतिम चाल क्या होगी। ट्रॉली बच्चे के भागने से कूदने तक के समय में कितना चल चुकी होगी ?
- C5. एक छोटा घन जिसका द्रव्यमान m है द्रव्यमान M के ब्लॉक पर वृत्तीय भाग में R त्रिज्या पर गति करता है। M टेबल पर स्थिर है तथा दोनों ब्लॉक बिना घर्षण गति करते हैं। ब्लॉक प्रारम्भ में स्थिर है तथा m ऊपरी भाग से गति करना शुरू करता है जब वह ब्लॉक को छोड़ता है। तब घन का वेग v ज्ञात करो। प्रारम्भ में m व केन्द्र को मिलाने वाली रेखा क्षैतिज है।



SECTION (D) : स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय (SPRING - MASS SYSTEM)

- D1. दो द्रव्यमान m_1 तथा m_2 एक स्प्रिंग से जुड़े हुए हैं, जिसका स्प्रिंग नियतांक k है, एवं इनको एक घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर रखा गया है। प्रारम्भ में जब निकाय को स्थिरावस्था से छोड़ा जाता है, स्प्रिंग x_0 दूरी तक खिंची हुई है। दोनों द्रव्यमानों के पुनः विरामावस्था में आने तक उनके द्वारा तय की गयी दूरियां ज्ञात कीजिए।
- D2. m_1 तथा m_2 द्रव्यमानों वाले दो ब्लॉक k बल नियतांक वाली स्प्रिंग से जुड़े हुए (चित्र) m_2 द्रव्यमान वाले ब्लॉक को एक तीक्ष्ण आवेग दिया जाता है जिसके कारण वह दांयी ओर v_0 वेग से गति करता है। ज्ञात कीजिए।
(A) द्रव्यमान केन्द्र का वेग (B) स्प्रिंग में उत्पन्न होने वाला अधिकतम प्रसार (सतह घर्षणहीन है)

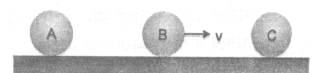


SECTION (E) : आवेग (IMPULSE)

- E1. 2kg द्रव्यमान वाले ब्लॉक का वेग समीकरण $\vec{v} = (2t\hat{i} + 4t\hat{j}) \text{ m/s}$ के अनुसार बदलता है। यहां t सैकण्ड में है। समय अंतराल $t=0$ से $t=2 \text{ s}$ में कण पर आरोपित आवेग बताइये।
- E2. 50 ग्राम द्रव्यमान की गेंद 2.0 मी./सैक. चाल से गति करती हुई एक उर्ध्वाधर से 60° कोण पर टकराती है। सतह से गेंद समान कोण पर एवं समान चाल से परावर्तित होती है। गणना कीजिए।
(A) गेंद के संवेग में परिवर्तन का परिमाण (B) गेंद के संवेग के परिमाण में परिवर्तन।
- E3. एक 5 kg द्रव्यमान वाली स्टील की गेंद को भारी क्षैतिज स्टील पट्टिका पर 4 मीटर ऊपर से छोड़ा जाता है। टक्कर प्रत्यास्थ होती है तथा गेंद टकराकर पुनः उसी ऊँचाई तक जाती है।
(A) टक्कर के दौरान गेंद पर आरोपित आवेग ज्ञात करो।
(B) यदि गेंद पट्टिका के साथ 0.02s, तक सम्पर्क में रहती है तो टक्कर के दौरान गेंद पर आरोपित प्रतिक्रिया बल ज्ञात करो।

SECTION (F): टक्कर (COLLISION)

- F1. एक कण K गतिज ऊर्जा से चलता हुआ समान कण के साथ सम्मुख प्रत्यास्थ टक्कर करता है जो विरामावस्था में है। टक्कर के दौरान निकाय की अधिकतम प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा है।
- F2. तीन गेंद A, B तथा C चिकने क्षैतिज धरातल पर रखी हैं। दिया है कि $m_A = m_C = 4m_B$ गेंद B, v प्रारम्भिक वेग के साथ गेंद C से टकराती है। गेंदों के मध्य कुल टक्करों की संख्या बताइये। सभी टक्कर प्रत्यास्थ हैं।



- F3. एक m द्रव्यमान की गेंद v वेग से चलती हुयी एक समान विरामावस्था में रखी गेंद के साथ प्रत्यास्थ टक्कर करती है। टक्कर के बाद दोनों गेंदों की गतिज ऊर्जा प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा की $3/4$ भाग हो जाती है। प्रत्यावस्थान गुणांक ज्ञात करो।

SECTION (G): परिवर्तनशील द्रव्यमान (VARIABLE MASS)

- G1. एक 20 kg रॉकेट में 180 kg ईंधन का निष्क्रमण वेग 1.6km/s है। ईंधन के जलने की न्यूनतम दर ज्ञात करो ताकि रॉकेट सतह से उठ सकें। रॉकेट का अधिकतम ऊर्ध्वाधर वेग ज्ञात करो। जब ईंधन जलने की दर $(g = 10\text{m/s}^2 \text{ \& } \ln 10 = 2.30)$

$$(i) \frac{(m+m)g}{v_r} = 2\text{kg/s} \quad (ii) v = v_r \ln \left(\frac{m+M}{m} \right) - g \left(\frac{M}{\mu} \right) = 20\text{kg/s}$$

- G2. एक स्थिर हुपर से एक कनवेयर बेल्ट जो 2 m/d के नियत वेग से चल रही है पर 5 kg/d की दर से रेत गिरायी जाती है। बेल्ट को चलाने के लिये कितने बल की आवश्यकता है और मोटर के द्वारा बेल्ट को दी गयी शक्ति कितनी है ?
 चिन्हित प्रश्न बहुउत्तरीय हैं

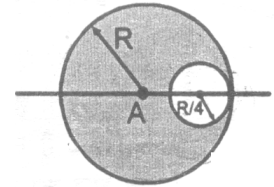
PART – II : OBJECTIVE QUESTIONS

* चिन्हित प्रश्न बहुउत्तरीय

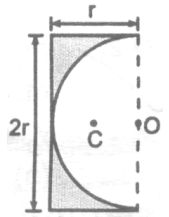
SECTION (A): द्रव्यमान केन्द्र की गणना (CALCULATION OF CENTRE OF MASS)

- A1. चकती के छायांकित हुये भाग का द्रव्यमान केन्द्र होगा : (छायांकित भाग में द्रव्यमान समरूप वितरित है)

- (A) $\frac{R}{20}$ to the left of A (A से बांयी ओर $\frac{R}{20}$ पर)
 (B) $\frac{R}{12}$ to the left of A (A से बांयी ओर $\frac{R}{12}$ पर)
 (C) $\frac{R}{20}$ to the right of A (A से दायीं ओर $\frac{R}{20}$ पर)
 (D) $\frac{R}{12}$ to the right of A (A से दायीं ओर $\frac{R}{12}$ पर)

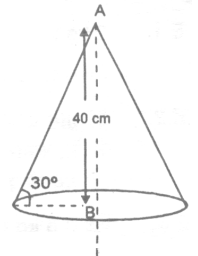


- A-2. एक अर्द्धवृत्तीय भाग जिसकी त्रिज्या r है को चित्रानुसार एक आयताकार प्लेट से बनाया गया है। बिन्दु O से बची हुई प्लेट के द्रव्यमान केन्द्र C की दूरी होगी।



- (A) $\frac{2r}{(3-\pi)}$ (B) $\frac{3r}{2(4-\pi)}$ (C) $\frac{2r}{(4+\pi)}$ (D) $\frac{2r}{3(4-\pi)}$

- A-3. एक समान ठोस शंकु जिसकी ऊँचाई 40 सेमी. है, चित्रानुसार दिखाया गया है। बिन्दु B से द्रव्यमान केन्द्र की दूरी (आधार के केन्द्र से) होगी—



- (A) 20 cm (B) $10/3$ cm (C) $20/3$ cm (D) 10 cm

- A-4*. किसी कण-तंत्र का द्रव्यमान केन्द्र मूल बिन्दु पर है। इसका अभिप्राय है—

- (A) मूल बिन्दु के दांयी ओर कणों की संख्या, बांयी ओर कणों की संख्या के बराबर होगी।
 (B) मूल बिन्दु के दांयी ओर वाले कणों का कुल द्रव्यमान मूल बिन्दु के बांयी ओर वाले कणों के कुल द्रव्यमान के बराबर होगा।
 (C) x-अक्ष पर कणों की कुल संख्या Y- अक्ष पर कणों की कुल संख्या के बराबर हो सकती है।
 (D) यदि x- अक्ष पर कोई कण होगा तो कम से कम एक कण ऋणात्मक x-अक्ष पर अवश्य होगा।

- A-5*. एक वस्तु का द्रव्यमान केन्द्र मूल-बिन्दु पर है। कणों के x-निर्देशांक—

- (A) सारे धनात्मक हो सकते हैं। (B) सारे ऋणात्मक हो सकते हैं।
 (C) सारे अ-ऋणात्मक हो सकते हैं। (D) कुछ कणों के लिये धनात्मक व कुछ कणों के लिये ऋणात्मक हो सकते हैं।

- A-6*. निम्न में से किन स्थितियों के लिये छड़ का द्रव्यमान केन्द्र निश्चित रूप से इसके केन्द्र पर नहीं होगा—

- (A) घनत्व बांयी से दांयी ओर निरंतर बढ़ता रहे। (B) घनत्व बांयी से दांयी ओर निरंतर कम होता रहे।
 (C) घनत्व बांयी से दांयी ओर निरंतर कम होता रहे तत्पश्चात् बढ़े।
 (D) घनत्व बांयी से दांयी ओर केन्द्र तक बढ़ता रहे तत्पश्चात् कम होता रहे।

SECTION (B) : द्रव्यमान केन्द्र की गति (MOTION OF CENTRE OF MASS)

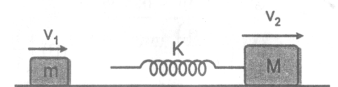
- B-1. समान द्रव्यमान के दो कण प्रारम्भिक वेग क्रमशः $2\hat{i}$ व $2\hat{j}\text{ms}^{-1}$ है। प्रथम कण का त्वरण $(\hat{i} + \hat{j})\text{ms}^{-2}$ है। जबकि दूसरे का त्वरण शून्य है समूल का द्रव्यमान केन्द्र निम्न वक्र पर गति करेगा।
 (A) वृत्त (B) परावलय (C) दीर्घवृत्त (D) सरल रेखा
- B-2. एक बम गुरुत्वीय प्रभाव में परवलय पथ पर गति करता है, बीच हवा में फट जाता है। टुकड़ों का द्रव्यमान केन्द्र
 (A) पहले सीधे उपर की ओर फिर नीचे की गति करेगा
 (B) सीधे नीचे की ओर गति करेगा
 (C) असमान पथ पर गति करेगा।
 (D) उस परवलय पथ पर गति करेगा जिस पर बम फटने से पहले कर रहा होता है।
- B-3. अगर पृथ्वी की सतह से गेंद ऊपर की ओर फेंकी जाती है तो—
 (A) पृथ्वी रुकी हुई रहती है, जबकि गेंद उपर की ओर गति करती है।
 (B) गेंद रुकी रहती है जबकि पृथ्वी नीचे की ओर गति करती है।
 (C) गेंद तथा पृथ्वी दोनों एक दूसरे की ओर गति करते हैं।
 (D) गेंद तथा पृथ्वी दोनों एक दूसरे के विपरीत गति करते हैं।
- B-4*. यदि किसी निकाय पर लग रहे बाह्य बलों का परिणामी शून्य हो, द्रव्यमान केन्द्र—
 (A) गति नहीं करेगा (B) त्वरित नहीं होगा (C) गति कर सकता है। (D) त्वरित हो सकता है।

SECTION (C) : रेखीय संवेग संरक्षण (CONSERVATION OF LINEAR MOMENTUM)

- C-1. अगर किसी वस्तु की गतिज ऊर्जा प्रारम्भिक से चार गुनी हो जाती है तो नया संवेग प्रारम्भिक संवेग से कितना ज्यादा होगा।
 (A) 50% (B) 100% (C) 125% (D) 150%
- C-2. $4m$ द्रव्यमान का एक कण विरामावस्था में है तीन भागों में विस्फोटित होता है। दो भाग जिनके द्रव्यमान m है इस दूसरे के लम्बवत् 'v' चाल से चलते हैं, विस्फोट से होने वाली मुक्त ऊर्जा का मान होगा
 (A) $2/3mv^2$ (B) $3/2mv^2$ (C) $4/3mv^2$ (D) $3/4mv^2$
- C3*. हवा में गतिशील एक गुटका दो भागों में टूट जाता है तथा टुकड़ें अलग-अलग हो जाते हैं—
 (A) कुल संवेग संरक्षित रहेगा। (B) कुल गति ऊर्जा संरक्षित रहेगी।
 (C) कुल संवेग परिवर्तित हो जायेगा। (D) कुल गतिज ऊर्जा परिवर्तित हो जायेगी।
- C4. एक तोप से क्षैतिज से θ कोण पर v चाल से गोला दागा जाता है। इसके पथ के उच्चतम बिन्दु पर यम समान द्रव्यमान के दो टुकड़ों में फट जाता है। इसका एक टुकड़ा तोप की ओर इसके पथ पर पुनः लौटता है। विस्फोट के तुरन्त पश्चात् दूसरे टुकड़े की चाल होगी —
 (A) $3V \cos \theta$ (B) $2V \cos \theta$ (C) $\frac{3}{2}V \cos \theta$ (D) $V \cos \theta$

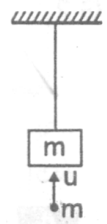
SECTION (D) : स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय (SPRING - Mass system)

- D1. दो ब्लॉक जिनका द्रव्यमान m व M है v_1 तथा v_2 वेग से ($v_1 > v_2$) घर्षण रहित सतह पर एक ही दिशा में गति कर रहे हैं M, m से आगे है। एक आदर्श स्प्रिंग सिजका नियतांक k है M से पीछे की ओर बंधी हुई है। जब ब्लॉक टकराते हैं तो स्प्रिंग में अधिकतम संपीडन है।
 (A) (B) (C) (D)



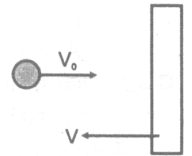
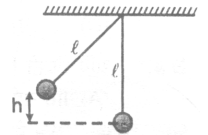
SECTION (E) : आवेग (IMPULSE)

- E1. $F-t$ वक्र का क्षेत्रफल A है जहाँ 'F' एक द्रव्यमान पर दूसरे के कारण बल है। अगर टकराने वाली वस्तुओं में से M द्रव्यमान वाली प्रारम्भ में स्थिर थी तो टकराने के बाद इसका वेग क्या होगा।
 (A) A/M (B) M/A (C) AM (D) $\sqrt{\frac{2A}{M}}$
- E2. ऊपर की तरफ u वेग से गतिशील m द्रव्यमान की गोली 'm' द्रव्यमान के ब्लॉक से चित्रानुसार टकराती है तथा इसमें चिपक जाती है तो वह ऊँचाई बताओ जहाँ तक टक्कर के बाद ब्लॉक जाएगा।
 (A) $u^2/2g$ (B) u^2/g (C) $u^2/8g$ (D) $u^2/4g$



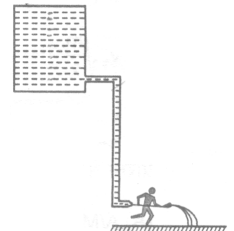
SECTION (F) : टक्कर (COLLISION)

- F1*. विरामावस्था में रखी एक परिमित वस्तु की ओर गति करती हुई एक वस्तु इससे टकराती है। किसी बाह्य आवेगी बल की अनुपस्थिति में यह सम्भव है कि—
 (A) दोनों वस्तुएँ विरामावस्था में आ जाये।
 (B) टक्कर के पश्चात् दोनों वस्तुएँ गतिशील हो जायें।
 (C) गतिशील वस्तु स्थिर हो जाये तथा स्थिर वस्तु गति प्रारम्भ कर दें।
 (D) स्थिर वस्तु स्थिर रहे, गतिशील वस्तु का वेग परिवर्तित हो जाये।
- F2*. समान द्रव्यमान वाली दो वस्तुओं की सम्मुख प्रत्यास्थ टक्कर में—
 (A) वेग परस्पर परिवर्तित हो जाते हैं। (B) चाल परस्पर परिवर्तित हो जाती है।
 (C) संवेग परस्पर परिवर्तित हो जाते हैं। (D) तीव्रगामी वस्तु धीमी हो जाए तथा धीमी वस्तु तेज चले।
- F3. एक 50 gm की गोली एक रेत के लटके हुए बैग से (जिसका द्रव्यमान 5 kg है) क्षैतिज वेग v से टकराती है। अगर बूलेट रेत के बैग के चिपक जाती है तो गोली की अंतिम तथा प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा का अनुपात क्या होगा
 (A) 10^{-2} (B) 10^{-3} (C) 10^{-6} (D) 10^{-4}
- F4. प्रदर्शित चित्र में बाएँ पैण्डुलम को एक तरफ खींचकर छोड़ा जाता है। फिर इसे छोड़कर दूसरे स्थिर पैण्डुलम से टकराने दिया जाता है। एक पूर्ण अप्रत्यास्थ टक्कर होती है तथा निकाय $h/4$ ऊँचाई तक उठता है। पैण्डुलम के द्रव्यमानों का अनुपात होगा।
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- F5. r त्रिज्या की एक लोहे की ठोस गेंद A दूसरी $2r$ त्रिज्या की स्थिर लोहे की ठोस गेंद B से टकराती है, तो टक्कर के बाद उनके वेग का अनुपात होगा ($e = 0.5$)
 (A) 3 (B) 4 (C) 3 (D)
- F6. m द्रव्यमान का एक कण $v_0 = 20 \text{ m/sec}$ से गति करता हुआ 5 m/sec से गति करती दीवार से चित्रानुसार टकराता है तो प्रत्यास्थ टक्कर के बाद कण का वेग क्या होगा।
 (A) 30 m/s (B) 20 m/s (C) 25 m/s (D) 22 m/s
- F7. एक सुपर गेंद, दो दृढ़ दीवारों जो d दूरी पर हैं, के मध्य आगे पीछे गति करती हुई प्रत्यास्थ रूप से उछलती है। गुरुत्वीय बल नगण्य है तथा गेंद का क्षैतिज वेग v_0 है तो प्रत्येक दीवार पर सुपर गेंद द्वारा लगाया गया बल होगा।
 (A) $\frac{1}{2} \frac{mv_0^2}{d}$ (B) $\frac{mv_0^2}{d}$ (C) $\frac{2mv_0^2}{d}$ (D) $\frac{4mv_0^2}{d}$
- F8. एक m द्रव्यमान का गोला नियत वेग से गति करता हुआ समान द्रव्यमान के स्थिर गोले से टकराता है। अगर e प्रत्यास्थता गुणांक है तो टक्कर के बाद प्रथम गोले के वेग एवं दूसरे गोले के वेग अनुपात क्या होगा।
 (A) $\left(\frac{1-e}{1+e}\right)$ (B) $\left(\frac{1+e}{1-e}\right)$ (C) $\left(\frac{e+1}{e-1}\right)$ (D) $\left(\frac{e-1}{e+1}\right)$



SECTION (G): परिवर्तनशील द्रव्यमान (VARIABLE MASS)

- G1. माली पौधों को 1 mm व्यास वाले पाईप से पानी देता है। पानी $10 \text{ cm}^3/\text{sec}$ की दर से बाहर निकलता है। माली के हाथ पर लगने वाला प्रतिक्रिया बल है:
 (पानी का घनत्व 10^3 kg/m^3)

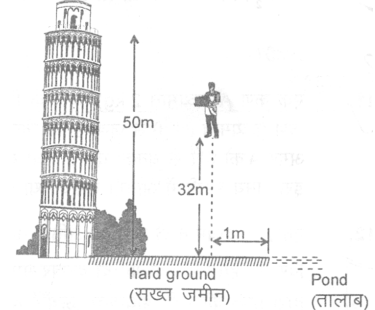


- (A) 0 (B) $1.27 \times 10^{-2} \text{ N}$ (C) $1.27 \times 10^{-4} \text{ N}$ (D) 0.127 N
- G2. यदि 300 m/s वेग से गैसों को बाहर निकाल रहे रॉकेट के द्वारा गैसों पर बल 210 N है तो ईंधन के जलने की दर होगी :
 (A) 10.7 kg/sec (B) 0.7 kg/sec (C) 1.4 kg/sec (D) 0.7 kg/sec

Exercise # 2

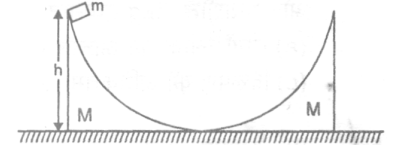
PART – I : SUBJECTIVE QUESTIONS

1. एक व्यक्ति का द्रव्यमान 50 kg है तथा इसके हाथ में 2 kg द्रव्यमान का थैला है, यह 50 ऊँचाई के एक ऊँचे भवन की छत से फिसल कर उर्ध्वाधर गिर रहा है। (चित्र) जब यह जमीन से 32m ऊँचाई पर है, वह देखता है कि उसके नीचे की जमीन बहुत ही सख्त है, किन्तु वहाँ पर एक तालाब है जो उसके गिरने की उर्ध्व रेखा से 1m क्षैतिज दूरी पर है। स्वयं को बचाने के लिए वह तालाब के विपरीत थैले को क्षैतिज दिशा में (स्वयं के सापेक्ष) फेंकता है। थैले को दिया गया वह न्यूनतम क्षैतिज वेग ज्ञात कीजिए, जिससे व्यक्ति पानी में जाकर गिरने से बच जाये, थैला कहाँ जाकर गिरेगा ?

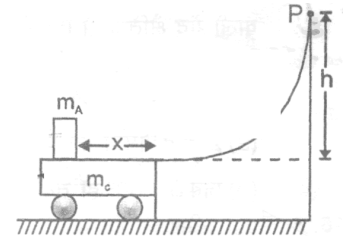


2. एक रेलपथ कार में एक क्षैतिज तोप लगी हुई है। कार बंदूक गोलों तथा चालक का कुल द्रव्यमान 50 m हैं जहाँ एक गोले का द्रव्यमान m है। यदि नली से बाहर निकलते ही गो का सापेक्ष वे 200 मी./सैक. है, दूसरा गोला छोड़ने के पश्चात् कार की प्रतिक्रिया चाल कितनी होगी घर्षण नगण्य है।
3. एक अति उच्च घनत्व वाले पदार्थ के गुटके का द्रव्यमान 3×10^{24} किग्रा. है। यह h ऊँचाई पर स्थित है, (पृथ्वी की त्रिज्या से बहुत कम) जहाँ से यह पृथ्वी की सतह पर गिरता है। जब इसकी पृथ्वी की सतह से ऊँचाई कम हो $h/2$ हो जाती है, तब इसकी चाल ज्ञात कीजिए। पृथ्वी का द्रव्यमान 6×10^{24} किग्रा. है।

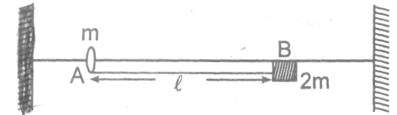
4. चित्रानुसार दो समान द्रव्यमान M के चलायमान नततलों को क्षैतिज तल से सम्पर्क में रखा जाता है। एक छोटा 'm' द्रव्यमान का ब्लॉक बायें तल से 'h' ऊँचाई से फिसलता है। दांये तल पर यह अधिकतम कितनी ऊँचाई तक जायेगा। घर्षण नगण्य है तथा दोनों नत तल गति करने के लिये स्वतंत्र हैं।



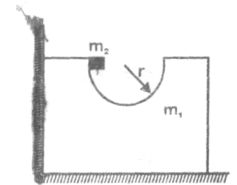
5. दर्शाये अनुसार 'm_A' द्रव्यमान का एक गुटका A, स्थिति P से विराम से छोड़ा जाता है और चिकने नततल वाले रैम्प पर मुक्त रूप से नीचे फिसलता है। जब यह रैम्प के तल पर पहुँचता है तो m_c द्रव्यमान की एक गाड़ी की क्षैतिज सतह पर फिसलता है। जिसके लिये गाड़ी की क्षैतिज सतह पर फिसलता है। जिसके लिये गाड़ी व गुटके के मध्य घर्षण गुणांक 'μ' है। यदि A की प्रारम्भिक ऊँचाई 'h' है तो गाड़ी के अंतिम वेग ज्ञात करो जब गुटका इसके ऊपर विराम पर आ जाता है जब गुटका गाड़ी के सापेक्ष विराम पर आता है तब इसकी गाड़ी के ऊपर स्थिति 'x' भी ज्ञात करो। (गाड़ी चिकनी क्षैतिज सतह पर चलती है।)



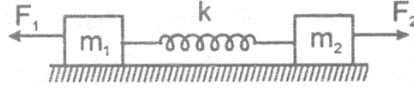
6. एक छोटी वलय A जिसका द्रव्यमान m है एक हल्की रस्सी के एक सिरे पर जुड़ी है जिसके दूसरे सिरे पर 2m द्रव्यमान का ब्लॉक B चित्रानुसार जुड़ा है। वलय स्थिर चिकनी क्षैतिज छड़ पर गति करने के लिये स्वतंत्र है। ज्ञात करो
 (A) जब रस्सी ऊर्ध्वाधर हो जाती है तो वलय A का वेग
 (B) उर्ध्वाधर स्थिति में डोरी में तनाव ज्ञात करो
 (C) m तथा 2m का अधिकतम वेग
 (D) द्रव्यमान केन्द्र के पथ का नाम
 (E) जब रस्सी उर्ध्वाधर से 37° कोण बनाती है तब m का वेग का रस्सी में तनाव ज्ञात करो।



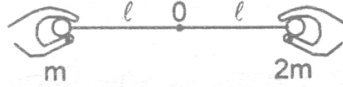
7. एक m₁ द्रव्यमान का सममित ब्लॉक जिसके अन्दर 'r' त्रिज्या का अर्द्धवृत्तीय भाग कटा है। यह चिकने धरातल पर दीवार के पास सम्पर्क में चित्रानुसार रखा है। एक छोटा m₂ द्रव्यमान का ब्लॉक इस पर प्रारम्भ स्थिति से बिना घर्षण के फिसलता है। ब्लॉक m₁ का अधिकतम वेग ज्ञात करो।



8. क्षैतिज दिशा में 300 मी./सेक. चाल से गतिशील 20 ग्राम द्रव्यमान वाली बंदूक की गोली, लम्बी डोरी से लटकाये गये 500 ग्राम द्रव्यमान वाले लकड़ी के गुटके पर चलायी जाती है। गोली गुटके को पार करके दूसरी ओर से बाहर निकल जाती है। यदि गुटके का द्रव्यमान केन्द्र 20.0 सेमी. ऊपर उठ जाता है, गुटके से बाहर निकलते ही गोली की चाल ज्ञात कीजिए।
9. m_A तथा m_B द्रव्यमान वाले दो ब्लॉक A व B स्प्रिंग से जुड़े हुये हैं जो घर्षणहीन क्षैतिज मेज पर रखे हैं। दोनों ब्लॉक को खींचकर ताकि स्प्रिंग खींच जाए, छोड़ते हैं। यह सिद्ध कीजिए किसी भी क्षण ब्लॉकों की गतिज ऊर्जा उनके द्रव्यमान के व्युत्क्रमानुपाती होगी।
10. चित्रानुसार m_1 तथा m_2 द्रव्यमान के दो ब्लॉक k स्प्रिंग से जोड़े गये हैं। यदि द्रव्यमान m_1 को F_1 नियत बल से तथा दूसरे द्रव्यमान को F_2 नियत बल से खींचते हैं। स्प्रिंग में अधिकतम खिंचाव ज्ञात करो।



11. एक कण A (द्रव्यमान 2 kg) टेबल के किनारे पर जिसकी ऊँचाई 1 मी. है पर रखा हुआ है। यह 0.7 मीटर लम्बी रस्सी से B कण (द्रव्यमान 3 kg) से जुड़ा है जो किनारे से 0.25 मीटर दूरी पर है। (A तथा B को जोड़ने वाली रेखा किनारे के लम्बवत् है।) अगर A को धीरे से धक्का देते हैं तथा यह टेबल से गिरता है तो B का वेग जब यह गति करना शुरू करता है ज्ञात करो तथा इस समय रस्सी में आवेगी तनाव क्या होगा ?
12. एक 2 m द्रव्यमान के कण को क्षैतिज के साथ 45° के कोण $220\sqrt{2}$ m/s वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। एक सैकण्ड बाद इसमें विस्फोट होता है तथा यह दो बराबर भागों में टुट जाता है। विस्फोट के कारण एक भाग विरामावस्था में आ जाता है। दूसरे भाग द्वारा प्राप्त की गयी अधिकतम ऊँचाई बताइये। Take $g = 10 \text{ m/s}^2$
13. m तथा 2m द्रव्यमान की दो गेंदे, ℓ लम्बाई वाली दो हल्ले डोरियों से बंधी हैं। (चित्र) डोरियों के दूसरे सिरे O पर स्थित हैं। दोनों डोरियाँ समान क्षैतिज रेखा में रखी गयी हैं तथा निकाय विरामावस्था से छोड़ा जाता है। गेंदों के मध्य होने वाली टक्कर पूर्णतया प्रत्यास्थ है।



(A) टक्कर के तुरन्त पश्चात् गेंदों का वेग ज्ञात कीजिए।

(B) टक्कर के पश्चात् गेंदे कितनी ऊँचाई तक ऊपर उठेगी ?

14. चिकने मेज पर 4 m/sec वेग से चलता हुआ एक 3 kg द्रव्यमान का ब्लॉक 'A', 1.5m/sec वेग से विपरीत दिशा में A की ओर गतिशील 8kg द्रव्यमान के ब्लॉक के साथ सम्मुख अप्रत्यास्थ टक्कर करता है। दिया है : $e = 1/2$

(A) दोनों ब्लॉक का अंतिम वेग क्या है ? (B) समरूप तथा विरूपण का आवेग ज्ञात करो।

(C) विरूपण की अधिकतम स्थितिज ऊर्जा ज्ञात करो। (D) निकाय की गतिज ऊर्जा में हानि ज्ञात करो

15. एक द्रव्यमान m की गेंद ' ℓ ' लम्बाई वाली द्रव्यमानहीन रस्सी से लटकी हुई है। एक 2 द्रव्यमान वाली गेंद क्षैतिज से $\theta = 45^\circ$ का काकण बनाती हुई m द्रव्यमान की गेंद से टकराती है और इससे चिपक जाती है।

(A) 2 द्रव्यमान का प्रारम्भिक वेग क्या हो कि निकाय $\phi = \frac{\pi}{2}$ तक विक्षेपित हो जाए।

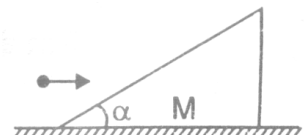
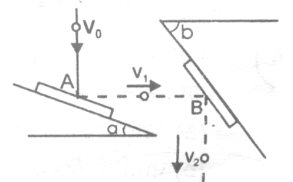
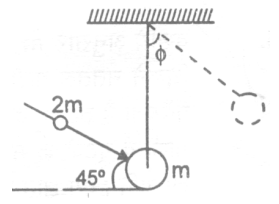
(B) जब $\phi = 60^\circ$ हो तब रस्सी काट दी जाये तो अधिकतम ऊँचाई पर वेग क्या होगा।

16. एक स्टील की गेंद ऊर्ध्वाधर गिरकर दृढ़ प्लेट A से v_0 वेग से टकराती है तथा क्षैतिज दिशा में उछल जाती है। गेंद फिर दूसरी दृढ़ प्लेट B से टकराकर दर्शाये अनुसार ऊर्ध्वाधर गिरती है। गेंद पर गुरुत्व प्रभाव नगण्य मानें। ज्ञात करो।

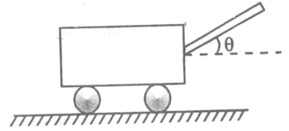
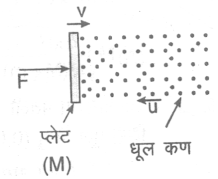
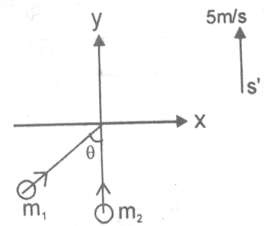
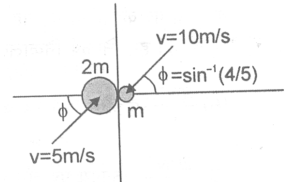
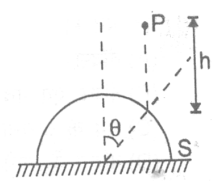
(A) आवश्यक कोण α तथा β

(B) वेग v_1 और v_2 का परिमाण। दोनों प्लेट का प्रत्यावस्थान गुणांक e है।

17. द्रव्यमान M का एक नततल चलने के लिये स्वतंत्र है इसकी एक सतह क्षैतिज से α कोण बनाती है तथा यह चिकने दृढ़ सतह पर रखा है। एक 'm' द्रव्यमान का कण इसी नतह सतह पर v_0 क्षैतिज वेग से टकराता है। यह देखा जाता है कि कण टकराने के बाद, ऊर्ध्व दिशा में जाता है नततल तथा कण के मध्य घर्षण बल नगण्य मानें और $M = 2m, v_0 = 10 \text{ m/s}, \tan \alpha = 2, g = 10 \text{ ms}^{-2}$ लें।



- (A) टक्कर का प्रत्यावस्थान गुणांक ।
 (B) वेज की नत सतह की लम्बाई को पर्याप्त माने ताकि कण इसकी नीचे की ओर गति दौरान दुबारा सतह पर टकराये दोनों टक्करो के मध्य का समय ज्ञात करो।
18. एक गोले S तथा कण P का द्रव्यमान समान 'm' है। P को 'h' ऊँचाई से छोड़ा जाता है। S चिकने क्षैतिज धरातल पर रखा है। P व S के मध्य घर्षण नहीं है। P, S के साथ दिखाये गये बिन्दु पर प्रत्यास्थ टक्कर करता है। टक्कर के बाद कण वेग क्षैतिज हो जाता है। ज्ञात करो—
 (A) $\tan \theta$
 (B) धरातल का गोले का आवेग
 (C) टक्कर के बाद गोले की चाल
19. दो चिकने समान पदार्थ के गोले जिनका द्रव्यमान 'm' व $2m$ है। चित्रानुसार तिर्यक टक्कर करते हैं। द्रव्यमानों के प्रारम्भिक वेग दर्शाये गए हैं। टक्कर बल दोनों के केन्द्र को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश है। प्रत्यावस्थान गुणांक $\frac{5}{9}$ है। टक्कर के बाद द्रव्यमानों के वेग व गतिज ऊर्जा में लगभग हानि ज्ञात करो।
20. दो चिकने गोले जिनका द्रव्यमान m_1 और m_2 है तथा त्रिज्या समान है। अप्रत्यास्थ टक्कर करते हैं। इनके वेग क्रमशः 13 m/s तथा 5 m/s टक्कर से पहले दर्शायी गयी दिशा के अनुदिश है जहाँ $\cot \theta = \frac{5}{12}$ है। एक पर्यवेक्षक धनात्मक y-क्ष के अनुदिश 5 m/s नियत चाल से गतिशील है तथा यह टक्कर देखता है। वह द्रव्यमान m_1 का अंतिम वेग y-अक्ष के अनुदिश 5 m/s तथा निकाय की गतिज ऊर्जा में हानि प्रारम्भिक की $\frac{1}{72}$ भाग मापता है। ज्ञात करो।
 (A) द्रव्यमानों का अनुपात
 (B) m_2 का टक्कर के बाद वेग (प्रेक्षक के सापेक्ष)
21. एक M द्रव्यमान की प्लेट धूल के कणों (जो कि u वेग से विपरीत दिशा में गति कर रहे हैं) के विरुद्ध नियत वेग v से गति करती है। धूल का घनत्व ρ तथा प्लेट का क्षेत्रफल A है। प्लेट को एकसमान गति रखने के लिये आवश्यक बल F का मान होगा ($\rho \text{ in kg/m}^3$)
22. एक गाड़ी जिसका द्रव्यमान M_0 है। खुरदरे सतह पर खड़ी है। यह $\lambda \text{ kg/s}$ की दर से क्षैतिज से θ कोण पर तथा गी के सापेक्ष वेग 'u' (नियत) से गोली दागती है। गाड़ी तथा सतह के मध्य घर्षण गुणांक μ है। गाड़ी का समय 't' के पदों में वेग ज्ञात कीजिए। गाड़ी फिसलते हुए चलती है।



PART – II : OBJECTIVE QUESTIONS

*चिन्हित प्रश्न बहुउत्तरीय हैं

1. किसी वस्तु के समस्त कण मूल बिन्दु से R दूरी पर स्थित हैं। वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र की मूल बिन्दु से दूरी
 (A) = R (B) $\leq R$ (C) $> R$ (D) $\geq R$
2. एक समरूप गोला चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा हुआ है तथा इस पर सतह से h ऊँचाई पर एक क्षैतिज बल G लगाया जाता है। केन्द्र त्वरण—
 (A) $h=0$ होने पर अधिकतम होगा (B) $h=R$ होने पर अधिकतम होगा।
 (C) $h=2R$ होने पर अधिकतम होगा (D) h पर निर्भर करेगा।
3. एक पतले एक समान तार से त्रिभुज ABC की दो बराबर भुजाएँ AB तथा AC बनाई जाती है। जहाँ $AB=AC=5 \text{ cm}$ है व तीसरी भुजा BC जिसकी लम्बाई 6 cm है, एक समान तार से जिसका घनत्व पहले तार का दुगुना है, से बनी है। A से द्रव्यमान केन्द्र की दूरी होगी।

(A) $\frac{34}{11}$ cm (B) $\frac{11}{34}$ cm (C) $\frac{34}{9}$ cm (D) $\frac{34}{11}$ cm

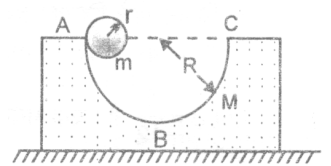
4. एक बंद बॉक्स में रखी गेंद, बॉक्स की दीवारों से टकराती हुई गती कर रही है। बॉक्स एक चिकनी सतह पर रखा हुआ है—
 (A) बॉक्स के द्रव्यमान केन्द्र का वेग नियत रहता है।
 (B) बॉक्स एवं गेंद के निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का वेग नियत रहता है।
 (C) गेंद के द्रव्यमान केन्द्र का वेग नियत रहता है।
 (D) बॉक्स के सापेक्ष गेंद के द्रव्यमान केन्द्र का वेग नियत रहता है।

5. m द्रव्यमान की एक भारी वलय, एक हल्की चकती की परिधि पर कीलकित की गयी है। समान द्रव्यमान का एक छोटा कण चकती के केन्द्र पर कीलकित है। यह निकाय इस प्रकार घुमाया जाता है कि चकती का केन्द्र r त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर v चाल से घूमता है। हम निष्कर्ष निकालते हैं कि कुल बाह्य बल—

(A) $\frac{mv^2}{r}$ केन्द्रीय कण पर लग रहा है। (B) $\frac{2mv^2}{r}$ केन्द्रीय कण पर लग रहा है।
 (C) $\frac{2mv^2}{r}$ निकाय पर लग रहा है। (D) $\frac{2mv^2}{r}$ वलय पर लग रहा है।

6. M द्रव्यमान का एक पिण्ड जिसमें R त्रिज्या का अर्धवृत्ताकार पथ है। एक क्षैतिज घर्षणरहित तल पर विरामावस्था में रखा है। एक समान बेलन (द्रव्यमान m , त्रिज्या r) को ऊपर बिन्दु A से विरामावस्था से छोड़ा जाता है। बेलन घर्षणरहित अर्धवृत्ताकार पथ पर फिसलता है। जब बेलन बिन्दु B तक पहुँचता है तो गुटके द्वारा तय की गई दूरी है—

(A) $\frac{M(R-r)}{M+m}$ (B) $\frac{m(R-r)}{M+m}$ (C) $\frac{(M+m)R}{M}$ (D) कोई नहीं



7. उपरोक्त प्रश्न में जब बेलन तली पर पहुँचता है तब पिण्ड का वेग है—

(A) $M\sqrt{\frac{2g(R-r)}{M(M+m)}}$ (B) $m\sqrt{\frac{2g(R-r)}{m(M+m)}}$ (C) $m\sqrt{\frac{2g(R-r)}{M(M+m)}}$ (D) $M\sqrt{\frac{2g(R+r)}{M(M+m)}}$

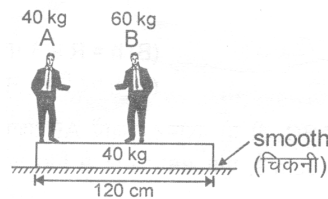
8. एक समरूप पतली M द्रव्यमान एवं L लम्बाई की छड़ x -अक्ष के अनुदिश चिकने क्षैतिज पर ऊर्ध्वाधर खड़ी है। इसका निचला सिरा मुल बिन्दु $(0,0)$ पर है। लघु विक्षेप से ही इसका निचला सिरा धनात्मक x -अक्ष की ओर फिसलता है तथा छड़ गिरना प्रारम्भ करती है गिरते समय इसके द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण सदिश होगा $[\vec{R}$ सतह से प्रक्रिया बल है]

(A) $\vec{a}_{CM} = \frac{m\vec{g} + \vec{R}}{M}$ (B) $\vec{a}_{CM} = \frac{m\vec{g} - \vec{R}}{M}$ (C) $\vec{a}_{CM} = m\vec{g} + \vec{R}$ (D) इनमें से कोई नहीं।

9. एक स्केटर (द्रव्यमान m) बर्फ पर खड़ा है M द्रव्यमान का पत्थर v वेग से क्षैतिज दिशा में फेंकता है। स्केटर पीछे की ओर जितनी दूरी तय करेगा, वो होगी ? (बर्फ तथा आदमी के बीच घर्षण गुणांक μ है):

(A) $\frac{M^2v^2}{2m\mu g}$ (B) $\frac{Mv^2}{2m^2\mu g}$ (C) $\frac{M^2v^2}{2m^2\mu g}$ (D) $\frac{M^2v^2}{2m\mu g}$

10. दो आदमी 'A' तथा 'B' प्लान्क पर खड़े हैं। 'B' प्लान्क (पट्टे) के मध्य में है तथा 'A' प्लान्क के दाहिने सिरे पर है। प्लान्क (पट्टा) की सतह चिकनी है। निकाय प्रारम्भ में स्थिर है तथा द्रव्यमान चित्रानुसार है। 'A', 'B' से मिलता है। तब वह बिन्दु जहाँ A,B से मिलता है की स्थिति होगी—



- (A) प्लान्क (पट्टा) के मध्य में (B) प्लान्क (पट्टा) के बांयी सिरे से 30 c की दूरी पर
 (C) प्लान्क (पट्टा) के दाहिने सिरे पर (D) इनमें से कोई नहीं

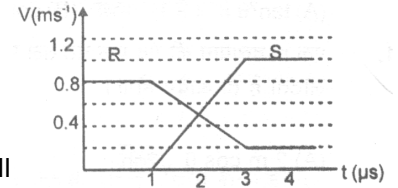
- 11*. एक अशून्य बल किसी कण-तंत्र पर लग रहा है। किसी क्षण t पर द्रव्यमान केन्द्र का वेग v_0 तथा त्वरण a_0 है। यह सम्भव है कि –

(A) $v_0 = 0, a_0 = 0$ (B) $v_0 = 0, a_0 \neq 0$ (C) $v_0 \neq 0, a_0 = 0$ (D) $v_0 \neq 0, a_0 \neq 0$

12. दिया गया चित्र वेग-समय वक्र दो द्रव्यमान R तथा S के लिये जा प्रत्यास्थ टक्कर करते हैं। निम्न में से कौनसा कथन सत्य है

I. टक्कर के बाद R तथा S एक ही दिशा में गति करते हैं।
 II. R तथा S का वेग टक्कर के बीच में बराबर है।
 III. R का द्रव्यमान S से ज्यादा है।

(A) I केवल (B) II केवल (C) I व II केवल (D) I, II व III



13. एक स्थिर वस्तु m_1 तथा m_2 द्रव्यमान में टूट जाती है। अगर एक भाग का संवेग p है तो विखण्डन की ऊर्जा होगी

(A) $\frac{p^2}{2(m_1 + m_2)}$ (B) $\frac{p^2}{2\sqrt{m_1 m_2}}$ (C) $\frac{p^2(m_1 + m_2)}{2m_1 m_2}$ (D) $\frac{p^2}{2(m_1 - m_2)}$

14. एक ट्रेन जिसका द्रव्यमान M है एक समान वेग V से वृत्ताकार तथा जिसकी जित्रज्या 'R' है में गति कर रही है। ट्रेन की लम्बाई ट्रेक की परिधि की आधी है। ट्रेन का रेखीय संवेग होगा

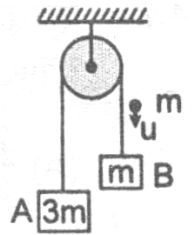
(A) शून्य (B) $\frac{2MV}{\pi}$ (C) MVR (D) MV

15. एक .100 हउ द्रव्यमान की गेंद 2.5 मीटर ऊँचाई से छोड़ी जाती है तथा 0.625 मीटर ऊँचाई तक उछलती है गेंद तथा धरती का स्पर्श समय $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$ है तो जमीन द्वारा दिया गया आवेगी बल होगा।

(A) 105 N (B) 195 N (C) 298 N (D) 208 N

16. दो ब्लॉकों A व B का निकाय चित्रानुसार अविस्तारित तथा द्रव्यमानहीन रस्सी से जुड़ा हुआ है। घिरनी द्रव्यमानहीन तथा घर्षणहीन है। प्रारम्भ में निकाय स्थिर है। m द्रव्यमान की गाली B ब्लॉक से 'u' वेग से चित्रानुसार टकराती है तथा इसमें चिपक जाती है तो $3m$ द्रव्यमान के ब्लॉक को तनाव बल द्वारा दिया गया आवेग होगा।

(A) $\frac{5mu}{4}$ (B) $\frac{4mu}{5}$ (C) $\frac{mu}{5}$ (D) $\frac{3mu}{5}$



17. एक स्थिर वस्तु चार एक समान भागों में इस तरह टूट जाती है कि उनमें से तीन एक दूसरे के लम्बवत् एक जैसी गतिज ऊर्जा E_1 से गति करते हैं तो विखण्डन की ऊर्जा क्या होगी।

(A) $6E_0$ (B) $\frac{4E_0}{3}$ (C) $4E_0$ (D) $8E_0$

- 18*. एक क्षैतिज चिकनी सतरह पर एक समान n -आदर्श ब्लॉक एक दूसरे से समान्तर एक रेखा में रखे हुये हैं। दो ब्लॉक के बीच दूरी L है। किसी समय ($t=0$) एक सिरे पर स्थित ब्लॉक को दूसरे ब्लॉक की तरफ V चाल देते हैं। सभी टक्कर अप्रत्यास्थ हैं तो –

[JEE - 95]

(A) अंतिम ब्लॉक $t = n(n-1)\frac{L}{2V}$ पर चलना प्रारम्भ करता है।

(B) अंतिम ब्लॉक $t = (n-1)\frac{L}{V}$ पर चलना प्रारम्भ करता है।

(C) निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की अंतिम चार v/n होगी।

(D) निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की अंतिम चाल v होगी।

19. एक गेंद सीढ़ियों की कातर पर उछलती हुई नीचे जाती है, e प्रत्यास्थता गुणांक है। प्रत्येक सीढ़ी की ऊँचाई d है तथा गेंद प्रत्येक टक्कर के बाद अगली सीढ़ी पर होती है। प्रत्येक टक्कर के बाद नीचे वाली सीढ़ी से h ऊँचाई ऊपर तक जाती है। प्रत्येक सीढ़ी की चौड़ाई नगण्य है। मानों कि टक्कर सम्मुख है। निम्न में से कौनसा कथन सत्य है

(A) $\frac{h}{d} = 1 - e^2$ (B) $\frac{h}{d} = 1 - e$ (C) $\frac{h}{d} = \frac{1}{1 - e^2}$ (D) $\frac{h}{d} = \frac{1}{1 - e}$

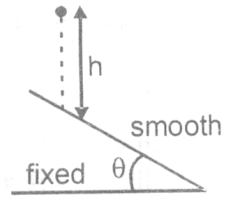
20. एक गेंद एक θ कोण पर झुके नत तल पर h ऊँचाई से गिरती हुई टकराती है। अगर यह टक्कर के बाद क्षैतिज हो जाती है तो e का मान होगा।

(A) $\tan^2 \theta$ (B) $\cot^2 \theta$ (C) $\tan \theta$ (D) $\cot \theta$

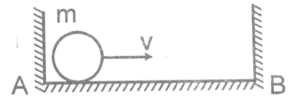
21. एक m द्रव्यमान की गेंद एक नत तल पर h ऊँचाई से गिरती है। अगर यह प्रत्यास्थ रूप से टकराकर लौटती है तो आवेग होगा।

(A) $2m\cos\theta\sqrt{2gh}$ (B) $2m\cos\theta\sqrt{gh}$

(C) $\frac{2m\sqrt{2gh}}{\cos\theta}$ (D) $2m\sqrt{2gh}$



22. एक छोटी गेंद दायीं ओर V वेग से घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर गति करती है। यह दीवार से टकराती है तथा वापस लौटती है। और यह गति जारी रहती है। अगर पहले आने तथा जाने की औसत चाल $\left(\frac{2}{3}\right)V$ है तो e का मान होगा—



(A) 0.5 (B) 0.8 (C) 0.2 (D) 0.75

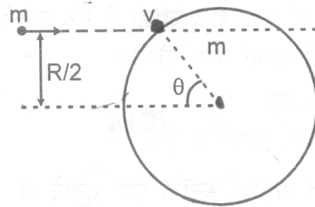
23. एक द्रव्यमान $m_1 = 2\text{kg}$ वाला गोला $m_2 = 3\text{kg}$ के गोले जो स्थिर है, से टकराता है। टक्कर के बाद द्रव्यमान m_1 केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा से 90° कोण बनाते हुए गति करे तो e का मान होगा

(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

24. एक टेबल पर दो एक समान बिलियर्ड की गेंदे सम्पर्क में हैं। एक तीसरी एक समान गेंद सममित रूप से टकराती है और टक्कर के बाद रुक जाती है। e का मान होगा—

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

25. एक द्रव्यमान m का कण एक R त्रिज्या की चकती से $\vec{v}$ वे से प्रत्यास्थ टक्कर करता है। अगर कण का द्रव्यमान चकती के बराबर है व कण सतह चिकनी है तो चकती का वेग टक्कर के बाद क्या होगा ?



(A) $\frac{2v}{3}$ (B) $\frac{v}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}v}{2}$ (D) v

- 26*. एक कण एक क्षैतिज चिकने धरातल से u वेग से θ कोण बनाते हुए टकराता है तथा ϕ कोण बनाते हुए v वेग से वापिस लौट जाता है। अगर कण व फर्श के मध्य प्रत्यास्थता गुणांक e है तो—

(A) धरातल द्वारा वस्तु को दिया आवेग $mu(1+e)\sin\theta$ होगा

(B) $\tan\phi = e\tan\theta$

(C) $v = u\sqrt{1 - (1 - e^2)\sin^2\theta}$

(D) अंतिक गतिज ऊर्जा तथा प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा का अनुपात $(\cos^2\theta) + e^2\sin^2\theta$ है।

- 27*. v वेग से गति करती हुई एक गेंद v वेग से गेंद की ओर गति कर रही भारी दीवार से टकराती है। Δt समय के लिए प्रत्यास्थ टक्कर होती है।

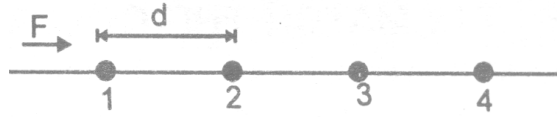
(A) गेंद पर कार्यरत औसत प्रत्यास्थ बल $\frac{m(u+v)}{\Delta t}$ है।

(B) गेंद पर कार्यरत औसत प्रत्यास्थ बल $\frac{2m(u+v)}{\Delta t}$ है।

(C) गेंद की गतिज ऊर्जा $2mu(u+v)$ से बढ़ जाती है।

(D) टक्कर के बाद गेंद की गतिज ऊर्जा वही रहती है।

- 28.* दिए गए चित्र में द्रव्यमान m , के मनके बराबर दूरी d पर स्थित है। मनके घर्षणरहित पतले तार पर फिसलते हैं। प्रथम मनका जो प्रारम्भ में स्थिर अवस्था में है पर एक नियम बल F तब तक लगता है जब तक यह दूसरे मनके से नहीं टकराता। फिर दूसरा मनका तीसरे से तथा इसी तरह आगे टकराते हैं। मानो कि सभी टक्कर प्रत्यास्थ है। तो—

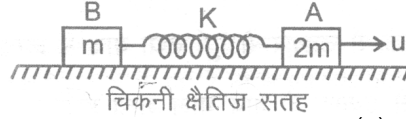


- (A) प्रथम मनके की चाल द्वितीय मनके से टक्कर से पूर्व तथा ठीक बाद में क्रमशः $\sqrt{\frac{2Fd}{m}}$ तथा शून्य होगी।
 (B) प्रथम मनके की चाल द्वितीय मनके से टक्कर से पूर्व तथा बाद में क्रमशः $\sqrt{\frac{2FD}{m}}$ तथा $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2FD}{m}}$ होगी।
 (C) द्वितीय मनके की तृतीय मनका से टक्कर के बाद चाल शून्य होगी।
 (D) प्रथम मनके की औसत चाल $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2FD}{m}}$ होगी।
29. समान द्रव्यमान m के दो पिण्ड A व B एक भारहीन स्प्रिंग से जुड़े हैं। जिसका बल नियतांक k व सामान्य लम्बाई L है। पिण्ड प्रारम्भ में एक घर्षणहीन क्षैतिज तल पर स्थिर है A व B को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश v वेग से गतिशील m द्रव्यमान का एक अन्य पिण्ड C पिण्ड A से प्रत्यास्थ टक्कर करता है तब निम्न में कौनसे/कौनसा सत्य है। [JEE - 93]
 (A) स्प्रिंग के अधिकतम सम्पीड़न के समय निकाय AB की गतिज ऊर्जा शून्य होगी।
 (B) स्प्रिंग में अधिकतम सम्पीड़न के समय AB निकाय की गति ऊर्जा $(1/4)mv^2$ होगी।
 (C) स्प्रिंग का अधिकतम सम्पीड़न $v\sqrt{m/k}$ होगा।
 (D) स्प्रिंग का अधिकतम सम्पीड़न $v\sqrt{m/2k}$ होगा।
30. एक गाड़ी रेत से भरी हुई है। इसमें एक निचली सतह पर छेद है जिससे नियत दर λ से रेत का रिसाव होता है। गति की दिशा में गाड़ी पर $\vec{v}$ बल लगता है। मानो कि गाड़ी का तत्क्षणिक वेग $\vec{F}$ है तथा प्रारम्भिक द्रव्यमान m_0 है तो जो इनकी गति को बता रही है, निम्न में से कौनसी समीकरण है।
 (A) $\vec{F} = m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} + \lambda\vec{v}$ (B) $\vec{F} = m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} - \lambda\vec{v}$ (C) $\vec{F} = (m_0 - \lambda t) \frac{d\vec{v}}{dt}$ (D) $\vec{F} = (m_0 - \lambda t) \frac{d\vec{v}}{dt} + \lambda\vec{v}$
31. एक गुब्बारा जिसमें 'm' द्रव्यमान की गैस भरी है एक लड़के के हाथ में रखा है। वह उसे मुक्त कर देता है तथा गैस इससे एक निश्चित दर से बाहर निकलती है तथा निकलने वाली गैस एक निश्चित वेग 2 m/s से गुब्बारे के सापेक्ष निकलती है। तो गुब्बारे का वेग जब शेष द्रव्यमान आधा रह जाए, होगा—
 (A) $\ln 2$ (B) $2 \ln 4$ (C) $2 \ln 2$ (D) इनमें से कोई नहीं

Exercise # 3

PART- I MATCH THE COLUMN

1. दो ब्लॉक A तथा B जिनके द्रव्यमान क्रमशः m तथा $2m$ है इनको आपस में एक भारहीन स्प्रिंग जिसका स्प्रिंग नियतांक K है उससे जोड़ा गया है। यह निकाय चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा है। $t=0$ पर ब्लॉक A का दायाँ ओर वेग चित्रानुसार u है तथा ब्लॉक B की चाल शून्य है तथा इस क्षण स्प्रिंग की लम्बाई इसकी प्राकृतिक लम्बाई के बराबर है। स्तम्भ I की प्रत्येक स्थिति के लिए कुछ कथन दिये गये हैं तथा उनके संगत परिमाण स्तम्भ II के साथ सुमेलित करिए—



स्तम्भ I

- (A) ब्लॉक A का वेग
 (B) ब्लॉक B का वेग
 (C) दोनों ब्लॉक के निकाय की गतिज ऊर्जा
 (D) स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा

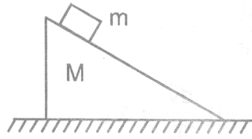
स्तम्भ II

- (p) कभी भी शून्य नहीं होगी।
 (q) किसी विशेष (certain) क्षण पर शून्य हो सकती है।
 (r) स्प्रिंग के अधिकतम संपीड़न के समय न्यूनतम होगी।
 (s) स्प्रिंग के अधिकतम विस्तार के समय अधिकतम होगी।

2. स्तम्भ I की प्रत्येक स्थिति में दो पिण्डों का एक निकाय दिया गया है। सभी डोरियाँ तथा घिरनियाँ हल्की तथा घर्षण अनुपस्थित हैं। प्रारम्भ में प्रत्येक निकाय का प्रत्येक पिण्ड विराम में है। स्तम्भ I में सभी स्थितियों में निकाय को विराम से कोई टक्कर होने के पूर्व तक लीजिए। तो स्तम्भ I की स्थितियों को स्तम्भ II में दिये गये संगत परिणामों से सुमेलित कीजिए तथा अपने उत्तर को दी गई OMR में 4×4 की मैट्रिक्स में उचित बुलबुलों को काला कर दर्शाइये।

स्तम्भ I

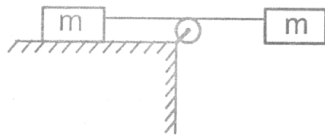
- (A) ब्लॉक + वेज का निकाय चिकनी क्षैतिज सतह पर रखा हुआ है। निकाय को विराम से छोड़ने के तुरन्त बाद निकाय का द्रव्यमान केन्द्र



स्तम्भ II

- (p) दायाँ आंर विस्थापित होता है

- (B) m द्रव्यमान के दोनों ब्लॉकों को जोड़ने वाली डोरी क्षैतिज है। बायाँ ब्लॉक चिकनी क्षैतिज मेज पर रखा हुआ है जैसा कि दिखाया गया है। दो ब्लॉक निकाय को विराम से छोड़ने के तुरन्त बाद, निकाय का द्रव्यमान केन्द्र



- (q) नीचे की ओर विस्थापित होता है

- (C) ब्लॉक तथा बन्दर का समान द्रव्यमान है। बन्दर रस्सी पर ऊपर चढ़ना प्रारम्भ करता है। बन्दर के रस्सी पर ऊपर चढ़ने के तुरन्त बाद, बन्दर + ब्लॉक निकाय का द्रव्यमान केन्द्र



- (r) ऊपर की ओर विस्थापित होता है।

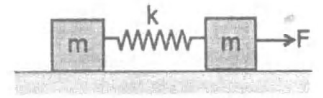
- (D) m द्रव्यमान के दो ब्लॉक प्रारम्भ में विराम पर हैं। बायाँ ब्लॉक को नीचे की ओर प्रारम्भिक वेग u दिया जाता है। तो तुरन्त बाद दो ब्लॉक निकाय का द्रव्यमान केन्द्र



- (s) विस्थापित नहीं होता है।

अनुच्छेद रु 1

दो ब्लॉक समान द्रव्यमान m एक स्प्रिंग से जुड़े हैं तथा निकाय घर्षणरहित सतह पर रखा है एक निश्चित बल F पहले ब्लॉक पर दूसरे से दूर ले जाने के लिये चित्रानुसार आरोपित करते हैं।



3. तो t समय में द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन होगा।

(A) $\frac{Ft^2}{2m}$ (B) $\frac{Ft^2}{3m}$ (C) $\frac{Ft^2}{4m}$ (D) $\frac{Ft^2}{m}$

4. यदि स्प्रिंग का खिंचाव t समय में x_0 हो तो पहले ब्लॉक का विस्थापन होगा—

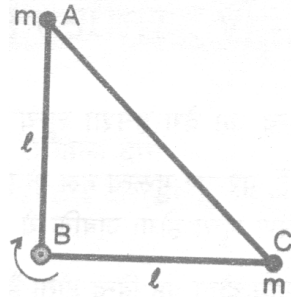
(A) $\frac{1}{2} \left(\frac{Ft^2}{2m} + x_0 \right)$ (B) $-\frac{1}{2} \left(\frac{Ft^2}{2m} + x_0 \right)$ (C) $\frac{1}{2} \left(\frac{Ft^2}{2m} - x_0 \right)$ (D) $\left(\frac{Ft^2}{2m} + x_0 \right)$

5. यदि स्प्रिंग का खिंचाव t समय में x_0 हो तो दूसरे ब्लॉक का विस्थापन होगा।

(A) $\left(\frac{Ft^2}{2m} - x_0 \right)$ (B) $\frac{1}{2} \left(\frac{Ft^2}{2m} + x_0 \right)$ (C) $\frac{1}{2} \left(\frac{2Ft^2}{2m} - x_0 \right)$ (D) $\frac{1}{2} \left(\frac{Ft^2}{2m} - x_0 \right)$

अनुच्छेद # 2

तीन द्रव्यमानहीन छड़ों के द्वारा समकोण त्रिभुज के रूप में दृढ़ ढांचा (frame) इस तरह बनाया गया है कि $AB=BC=\ell$ है। दो एक समान छोटी वस्तुएँ जिनका प्रत्येक का द्रव्यमान m है इनको A व C पर स्थायी रूप से fix कर दिया जाता है। अब ढांचे (frame) को B के परितः इस तरह लटककाया (hinged) कि ढांचा (frame) उर्ध्वाधर तल में क्षैतिज अक्ष के परितः बिना घर्षण के घूर्णन कर सकता है। प्रारम्भ में AB उर्ध्वाधर है तथा BC क्षैतिज है तथा निकाय को विराम से छोड़ा जाता है।



6. दो द्रव्यमान निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का प्रारम्भिक स्थिति से अधिकतम विस्थापन होगा—

(A) $\sqrt{2}\ell$ (B) 1.5ℓ (C) $\ell/\sqrt{2}$ (D) 2ℓ

7. जब छड़ AC क्षैतिज होती है तब द्रव्यमान A के त्वरण का परिमाण होगा—

(A) $g(1+\sqrt{2})$ (B) $g(2+\sqrt{2})$ (C) $2g(1+\sqrt{2})$ (D) इनमें से कोई नहीं

8. जब छड़ AC क्षैतिज होती है तो इसमें तनाव होगा—

(A) mg (B) $\sqrt{2}mg$ (C) $\frac{mg}{\sqrt{2}}$ (D) इनमें से कोई नहीं

PART-III ASSERTION/REASON

9. **वक्तव्य -1:** किसी वस्तु का द्रव्यमान केन्द्र वहां हो सकता है जहां कोई द्रव्यमान नहीं होता

वक्तव्य -2: वस्तु का द्रव्यमान केन्द्र एक बिन्दु है, जहां पर वस्तु का सारा द्रव्यमान एकत्रित माना जाता है।

- (A) दोनों वक्तव्य सत्य हैं तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।
 (B) दोनों वक्तव्य सत्य हैं परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
 (C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
 (D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।

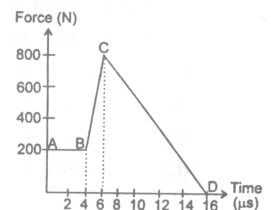
10. **वक्तव्य 1** : जब कोई बम किसी ऊँचाई से गिराया जाता है तो यह हवा में विस्फोटित होता है। कण इस प्रकार से फैलते हैं या उड़ते कि उनका द्रव्यमान केन्द्र सीधे नीचे की ओर गतिमान रहता है।
वक्तव्य 2 : विस्फोट हमेशा आंतरिक बलों की उपस्थिति में होता है। बाह्य बल = mg जो कि नीचे की ओर है के कारण नीचे की तरफ त्वरण होता है।
 (A) दोनों वक्तव्य सत्य हैं तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।
 (B) दोनों वक्तव्य सत्य हैं परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
 (C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
 (D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।
11. **वक्तव्य 1** : एक गोला जो कि गुरुत्व प्रभाव में गति करता है। विघटित या विस्फोटित होकर टुकड़ों में विभाजित हो जाता है जो कि भिन्न भिन्न दिशाओं में गति करते हैं। ऐसा होने के बावजूद भी द्रव्यमान केन्द्र पूर्वपथ के अनुदिश ही गति करता है।
वक्तव्य 3 : द्रव्यमान केन्द्र की गति आंतरिक बलों से विचलित होती है।
 (A) दोनों वक्तव्य सत्य हैं तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।
 (B) दोनों वक्तव्य सत्य हैं परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
 (C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
 (D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।
12. **वक्तव्य 1** : अगर टक्कर कर रहें कणों का द्रव्यमान नियत रह तो टक्कर के दौरान प्रत्येक कण का अपना रेखिक वेग उभयनिष्ठ अभिलम्ब दिशा के अनुदिश परिवर्तित होता है।
वक्तव्य 2 : समान तथा विपरीत आवेग युग्म उभयनिष्ठ अभिलम्ब दिशा के अनुदिश कार्य करता है।
 (A) दोनों वक्तव्य सत्य हैं तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।
 (B) दोनों वक्तव्य सत्य हैं परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
 (C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
 (D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।

PART- IV : TRUE/FALSE

13. सत्य/असत्य बताइये
- (i) बाह्य बलों की अनुपस्थिति में, द्रव्यमान केन्द्र का वेग हमेशा शून्य होता है।
- (ii) दो कण जिनके द्रव्यमान क्रमशः M तथा $2M$ हैं, परस्पर गुरुत्व बल के प्रभाव में D दूरी पर हैं तथा एक दूसरे की ओर गति करना प्रारम्भ करते हैं। इनके द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण शून्य होगा जबकि ये एक दूसरे से $D/2$ दूरी पर हैं।
- (iii) बहुत सारे कणों के निकाय में, निकाय का द्रव्यमान केन्द्र वह बिन्दु होता है जो अकेला ही सम्पूर्ण निकाय की रेखीय गति को प्रदर्शित करता है।

PART- V : FILL IN THE BLANKS

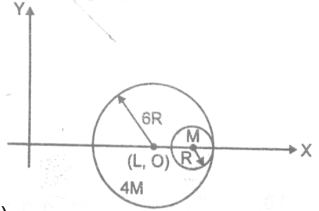
14. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो
- (i) दो कण जिनका द्रव्यमान क्रमशः 4 kg तथा 2 किग्रा हैं ये क्रमशः $(1,0,1)$ तथा $(2,2,0)$ स्थितियों पर रखे हुए हैं। इनके द्रव्यमान केन्द्र निर्देशांकहोंगे।
- (ii) दो कण जिनका द्रव्यमान m_1 तथा m_2 है के निकाय में द्रव्यमान m_1 को निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की तरफ d दूरी तक खिसकाया या ले जाया जाता है। निकाय के द्रव्यमान केन्द्र को समान स्थिति पर रखने के लिए दूसरे कण कोदूरी से खिसकाया जाएगा।
- (iii) चित्र में दिखाये अनुसार किसी वस्तु पर कार्यरत बल (न्यूटन में) का परिमाण समय t (माइक्रो सेकण्ड में) के साथ बदलता है। चित्र में AB, BC तथा CD सीधे रेखा खण्ड है वस्तु पर कार्यरत बल के सम्पूर्ण आवेग का परिमाण $t = 4\mu\text{s}$ से $t = 16\mu\text{s}$ तक _____Ns होगा।



Exercise #4

PART- V : FILL IN THE BLANKS

- एक R त्रिज्या का छोटा गोला 6 R त्रिज्या के बड़े गोले में रखा हुआ है। बड़े तथा छोटे गोले का द्रव्यमान क्रमशः 4M तथा M है। यह दोनों चित्रानुसार क्षैतिज मेज पर रखे हुए हैं। किसी भी सतह के बीच घर्षण उपस्थित नहीं है। अब छोटे गोले को छोड़ा जाता है बड़े गोले के केन्द्र के निर्देशांक तब क्या होंगे जब छोटा गोला, बड़े गोले के दूसरे सिरे पर पहुँच जाता है। [JEE-96]



(A) (L-2R, 0) (B) (L + 2R, 0) (C) (2R, 0) (D) (2R - L, 0)
- 5kg द्रव्यमान की एक वस्तु x- अक्ष के अनुदिश 2m/s के वेग से गति करती है। 10kg द्रव्यमान की एक दूसरी वस्तु y- अक्ष के अनुदिश $\sqrt{3}$ m/s के वेग से गति करती है। वे मूलबिन्दु पर टकराती है तथा आपस में जुड़ जाती है। गणना कीजिए— [REE-96]

(i) टक्कर के बाद संयुक्त द्रव्यमान का अंतिम वेग
 (ii) टक्कर के विमुक्त ऊष्मा की मात्रा
- एक 'm' द्रव्यमान की गेंद नियत वेग से गति कर रही है। एक अन्य स्थिर गेंद से प्रत्यास्थ टक्कर करती है। अगर आपतित गेंद की अधिकतम गतिज ऊर्जा की हानि होती है तो स्थिर गेंद का द्रव्यमान होगा। [REE-96]

(A) m (B) 2 m (C) 4m (D) अनन्त
- एक m द्रव्यमान का विलगित कण x-y क्षैतिज तल में x-अक्ष के अनुदिश गति करता है। धरातल से किसी निश्चित ऊँचाई पर यह अचानक $\frac{m}{4}$ तथा $\frac{3m}{4}$ द्रव्यमान के दो भागों में विभक्त हो जाता है। एक क्षण बाद छोटा टुकड़ा y=+15 सेमी. पर है तो बड़ा टुकड़ा होगा। [JEE-91,16]

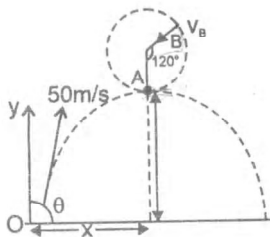
(A) y=-5 cm (B) y= +20 cm (C) y= +5 cm (D) y=-20 cm
- एक 'm' द्रव्यमान का कण जो कि ' $\vec{v}$ ' वेग से गति कर रहा है एक 'm' द्रव्यमान के स्थिर कण से तिर्यक प्रत्यास्थ टक्कर करता है। टक्कर के बाद दोनों कणों के वेग सदिशों के मध्य कोण होगा। [REE-97]

(A) 45° (B) 30° (C) 90° (D) इनमें से कोई नहीं
- एक गोला एक नगण्य गुरुत्वीय क्षेत्र में विस्फोटित होता है तथा समान द्रव्यमान m के n टुकड़े प्रदान करता है। तब इसकी कुल— [REE-97]

(A) गतिज ऊर्जा विस्फोटित होने के पहले वाली गतिज ऊर्जा से कम होगी।
 (B) गतिज ऊर्जा विस्फोटित होने के पहले वाली गतिज ऊर्जा से अधिक होगी।
 (C) संवेग तथा गतिज ऊर्जा n पर निर्भर करेगी।
 (D) संवेग विस्फोटित होने के पहले वाले संवेग के समान होगा।
- दो कण एक दूसरे की ओर भिन्न-भिन्न वेग से आ रहे हैं। टक्कर के बाद उनमें से एक कण का उनके द्रव्यमान केन्द्र तन्त्र में संवेग $\vec{p}$ है। समान तन्त्र में अन्य कण का संवेग होगा। [REE-98]

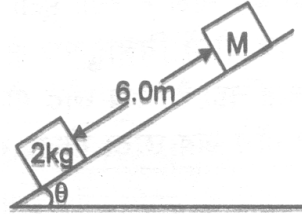
(A) 0 (B) $-\vec{p}$ (C) $-\vec{p}/2$ (D) $-2\vec{p}$
- एक M द्रव्यमान की गोली को क्षैतिज से किसी 50 m/s के वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। इसके पथ के उच्चतम बिन्दु पर यह $\frac{10}{3}$ m लम्बी द्रव्यमानहीन रस्सी से लटके 3M द्रव्यमान वाले गुटके से सम्मुख टकराती है तथा इसमें धस जाती है। टक्कर के बाद रस्सी 120° का कोण बनाती है। ज्ञात करो— [REE-98]

(A) प्रक्षेपण कोण



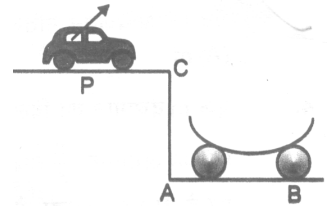
(B) गोली के प्रक्षेप बिन्दु के सापेक्ष गुटके के प्रारम्भिक उर्ध्वाधर तथा क्षैतिज निर्देशांक ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

9. 2 kg तथा $M \text{ kg}$ द्रव्यमान वाले दो ब्लॉक नत तल पर चित्रानुसार 6.0 m दूरी पर रखे हैं। प्रत्येक ब्लॉक तथा नत तल के मध्य घर्षण गुणांक 0.25 है। 2 kg द्रव्यमान वाले ब्लॉक को नत तल पर ऊपर की ओर 10 m/s का वेग दिया जाता है। यह M द्रव्यमान वाले ब्लॉक से टकराकर जब यह प्रारम्भिक बिन्दु पर आता है तो इसका वेग 1 m/s है। M द्रव्यमान वाला ब्लॉक ऊपर की ओर 0.5 m दूरी पर जाकर रुक जाता है। 2 kg तथा M द्रव्यमान वाले ब्लॉक के मध्य प्रत्यावस्थापन गुणांक ज्ञात करो। $[\sin \theta = \tan \theta = 0.05 \text{ and } g = 10 \text{ m/s}^2]$ **[JEE-99]**



10. दो समान M द्रव्यमान वाली ट्रॉली A व B विपरीत दिशा में क्रमशः $\vec{v}$ तथा $-\vec{v}$ वेग से समानान्तर घर्षणहीन पथ पर चल रही हैं। जब यह दोनों एक दूसरे के पास गुजरती हैं तो एक 'm' द्रव्यमान वाली गेंद को B से A में फेंका जाता है तथा दूसरे समान द्रव्यमान को A से B में लम्बवत् वेग $\vec{v}$ से फेंका जाता है। गेंदों को निम्न दो प्रकार से फेंका जाता है **[REE-2000]**
 (A) गेंद को A से B तथा B से A एक साथ फेंका जाता है।
 (B) गेंद को B से A तक पहुंचने के बाद गेंद को A से B तक फेंका जाता है। तो उपरोक्त में से कौन से प्रक्रम में ट्रॉली का वेग ज्यादा परिवर्तित होगा।

11. एक कार $5\sqrt{3} \text{ m/s}$ के नियत वेग से 9 kg द्रव्यमान वाले विरामावस्था में B बिन्दु पर रखी ट्रॉली की ओर चित्रानुसार चल रही है। AV की ऊँचाई 120 cm है। कार से 1 kg द्रव्यमान वाले गोले को क्षैतिज 30° कोण पर 100 m/s के वेग से दागा जाता है। पहला t_0 समय बाद विरामावस्था वाली ट्रॉली से टकराकर इससे चिपक जाता है। t_0 ज्ञात करो। यह मानिये कि पथ तथा ट्रॉली के मध्य प्रतिरोधी बल नियत है तथा ट्रॉली की उर्ध्वाधर गति को नगण्य मानें। यदि दूसरा गोला भी टकराता है तथा ट्रॉली से चिपक जाता है। दूसरी टक्कर के तुरन्त बाद ट्रॉली का क्षैतिज वेग क्या होगा? **[JEE-01, 10/100]**



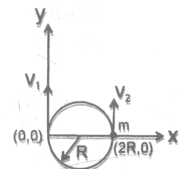
12. द्रव्यमान m_1 तथा m_2 के दो कणों का प्रक्षेप्य गति में $t=0$ पर वेग क्रमशः $\vec{u}_1$ व $\vec{u}_2$ है। वे समय t_0 पर टक्कर करते हैं। समय $2t_0$ पर हवा में रहते हुए उनका वेग क्रमशः $\vec{v}_1$ व $\vec{v}_2$ हो जाता है। तो $[(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2) - (m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2)]$ का मान है। **[JEE-(Scr.)-01, 3/100]**

(A) शून्य (B) $(m_1 + m_2)gt_0$ (C) $2(m_1 + m_2)gt_0$ (D) $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)gt_0$

13. 10 kg तथा 4 kg के द्रव्यमान एक नगण्य द्रव्यमान की स्प्रिंग से जुड़े हैं तथा घर्षण रहित सतह पर रखे हैं। बड़े ब्लॉक को एक आवेग छोटे ब्लॉक की तरफ 14 m/s की चाल प्रदान करता है। तो द्रव्यमान केन्द्र का वेग होगा **[JEE-02]**

(A) 30 ms^{-1} (B) 20 ms^{-1} (C) 10 ms^{-1} (D) 5 ms^{-1}

14. एक व्यक्ति मूल बिन्दु O से नियत वेग v_1 से +y अक्ष के अनुदिश चल रहा है। इसी क्षण एक m द्रव्यमान का कण P बिन्दु से नियत चाल v_2 से दिखाये अनुसार R त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर गति प्रारम्भ करता है। कण का आदमी के सापेक्ष समय t के फलन में संवेग ज्ञात करो। **[JEE-2003]**



15. **वक्तव्य -1**

दो वस्तुओं के बीच (elastic) टक्कर (collision) होने पर, टक्कर के बाद उनकी आपेक्षिक (relative) चाल टक्कर के पहले उनकी आपेक्षिक चाल के बराबर होती है। **[JEE-2007, 3/162]**

क्योंकि

वक्तव्य -2

प्रत्यास्थ टक्कर में निकाय का रेखीय संवेग संरक्षित रहता है।

(A) दोनों वक्तव्य सत्य हैं तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।

(B) दोनों वक्तव्य सत्य हैं परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।

- (C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
 (D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।

[JEE-2007,3/162]

16. दो गेंदे, जिनका रैखिक संवेग $\vec{p}_1 = p\hat{i}$ तथा $\vec{p}_2 = -p\hat{i}$ है, मुक्त आकाश में टकराती है। गेंदों के ऊपर कोई बाहरी बल नहीं है। टकराने के बाद उनका संवेग $\vec{p}'_1$ तथा $\vec{p}'_2$ है। $p, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1$ तथा c_2 के किन्हीं भी शून्योत्तर मान के लिये, निम्न में से जो अनुमत नहीं है (हैं) उनको चुने।

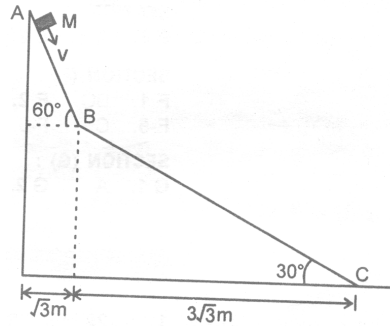
[JEE – 2008, 3/163]

- (A) $\vec{p}'_1 = a_1\hat{i} + b_1\hat{j} + c_1\hat{k}$
 $\vec{p}'_2 = a_2\hat{i} + b_2\hat{j}$
 (C) $\vec{p}'_1 = a_1\hat{i} + b_1\hat{j} + c_1\hat{k}$
 $\vec{p}'_2 = a_2\hat{i} + b_2\hat{j} - c_1\hat{k}$
 (B) $\vec{p}'_1 = c_1\hat{k}$
 $\vec{p}'_2 = c_2\hat{k}$
 (D) $\vec{p}'_1 = a_1\hat{i} + b_1\hat{j}$
 $\vec{p}'_2 = a_2\hat{i} + b_1\hat{j}$

प्रश्न 17 से 19 के लिए अनुच्छेद

एक छोटा-सा ब्लॉक जिसका द्रव्यमान M है एक घर्षणरहित (frictionless) नत समतल (inclined plane) पर गतिमान है। (चित्र देखें) बिन्दु B पर, नत समतल का नत कोण अचानक 60° से 30° हो जाता है। ब्लॉक शुरू में A पर विराम की अवस्था में है। मान ले कि ब्लॉक तथा नत समतल के बीच की टक्कर पूर्णतया अप्रत्यास्थ (inelastic) है। ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

[JEE – 2008,163]



17. दूसरे नत समतल से टकराने के तुरन्त बाद, बिन्दु B पर ब्लॉक की चाल है।
 (A) $\sqrt{60} \text{ m/s}$ (B) $\sqrt{45} \text{ m/s}$ (C) $\sqrt{30} \text{ m/s}$ (D) $\sqrt{15} \text{ m/s}$
18. दूसरे नत समतल को छोड़ने के तुरन्त पहले, बिन्दु C पर ब्लॉक की गति है
 (A) $\sqrt{120} \text{ m/s}$ (B) $\sqrt{105} \text{ m/s}$ (C) $\sqrt{90} \text{ m/s}$ (D) $\sqrt{75} \text{ m/s}$
19. यदि ब्लॉक तथानत समतल के बीच की टक्कर पूरी तरह से प्रत्यास्थ (elastic) है, तब B बिन्दु पर दूसरे नत समतल से टकराने के तुरन्त बाद, ब्लॉक के वेग का ऊर्ध्वाधर घटक है
 (A) $\sqrt{30} \text{ m/s}$ (B) $\sqrt{15} \text{ m/s}$ (C) 0 (D) $-\sqrt{15} \text{ m/s}$

Answers

Exercise – 1

PART – I

SECTION (A)

- A1. $\frac{\sqrt{19}}{6}$ A2. $\frac{4(R_2^3 - R_1^3)}{3\pi(R_2^2 - R_1^2)}$
 A3. $(5a/6, 5a/6)$
 A4. बड़ी चकती के केन्द्र से $R/5$ दूरी पर छोटी चकती की तरफ ।
 A5. $\frac{3}{4}a$

SECTION (B)

- B1. 60 m B2. zero
 B3. 10 cm B4. $40/3$ cm
 B5. $mL/(m+M)$

SECTION (C)

- C1. 2.0×10^5 m/s
 C2. (a) $\frac{p_1 + p_2}{m_p} = 12.3$ m/s
 (b) $\frac{\sqrt{p_1^2 + p_2^2}}{m_p} = 9.4$ m/s
 C3. $2.5\hat{i} + 15\hat{j} + 5k$
 C4. 9m/s, 9m
 C5. $v = \sqrt{\frac{2gR}{1 + \frac{m}{M}}}$

SECTION (D)

- D1. $\frac{2m_2 x_0}{m_1 + m_2}, \frac{2m_1 x_0}{m_1 + m_2}$
 D2. (a) $\frac{m_2 v_0}{m_1 + m_2}$ (b) $v_0 \left[\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)k} \right]^{1/2}$

SECTION (E)

- E1. $8\hat{i}$ m/s.
 E2. (a) 0.1 kg-m/s (b) zero
 E3. (a) $4\sqrt{5}$ Ns (b) $2000\sqrt{5}$ N

SECTION (F)

- F1. $K/2$
 F2. टक्करों की संख्या = 2

F3. $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

SECTION (G)

- G1. 1.25 kg/s, (i) 2.8 km/s, (ii) 3.6 km/s.
 G2. $F_{\text{ext}} = 10$ N; $P = 20$ watt

PART – II

SECTION (A)

- A-1. A A-2. D A-3. D A-4C
 A-5. CD A-6. AB

SECTION (B)

- B-1. D B-2. D B-3. D B-4. BC

SECTION (C)

- C-1. B C-2. B C-3. AD C-4A

SECTION (D)

- D1. C

SECTION (E)

- E1. A E2. C

SECTION (F)

- F1. BC F2. ABCD F3. D F4A
 F5. C F6. A F7. B F8.A

SECTION (G)

- G1. A G2. D

Exercise -2

PART – I

- 22 m/s, 28 m गिरने की रेखा के बांयी ओर ।
- $200 \left(\frac{1}{49} + \frac{1}{50} \right)$ m/s
- $\sqrt{\frac{2gh}{3}}$
- $\frac{M^2 h}{(M+m)^2}$
- $\frac{m_A}{m_A + C} \sqrt{2gh}, \frac{h}{\mu \left(1 + \frac{m_A}{m_C} \right)}$
- $v = \sqrt{\frac{8g\ell}{3}}, T = 14$ mg
- $\frac{2m_2 \sqrt{2gr}}{m_1 + m_2}$
- 250 m/s
- $\frac{2(m_1 F_2 + m_2 F_1)}{k(m_1 + m_2)}$
- $\frac{6}{5}$ m/s = 1.2 m/s, $\frac{18}{5}$ Ns = 3.6 Ns
- 35 m.

13. (a) हल्की गेंद $\frac{\sqrt{50g\ell}}{3}$ बांयी ओर, भारी गेंद $\frac{\sqrt{2g\ell}}{3}$ दांयी ओर

(b) हल्की गेंद 2ℓ व भारी गेंद $\frac{\ell}{9}$

14. (a) $\frac{3}{4}m/s, 2m/s$ (b) $6Ns, 12Ns, (c) 33J$
 (d) $\frac{99}{4}J$

15. $v = 3\sqrt{g\ell}, v' = \frac{\sqrt{g\ell}}{2}$

16. $\tan \alpha = \sqrt{e}, v_1 = \sqrt{ev_0}, \cot \beta = \sqrt{e}, v_2 = ev_0$

17. (a) $e = \cot^2 \alpha + \frac{m}{M} = \frac{3}{4}$

(b) $t = \frac{2ev_0 \sin \alpha}{g \cos \alpha} = \sec.$

18. (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $m\sqrt{2gh}$ (c) $\sqrt{gh}$

19. $\frac{10}{3}\hat{i} - 8\hat{j}; -\frac{5}{3}\hat{i} + 4\hat{j}, \frac{224}{9} \approx 25\%$

20. (a) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{9}{13}$ (B) $9m/s$

21. $\rho A(u+v)^2$

22. $v = (u \cos \theta - \mu u \sin \theta) \ln \left(\frac{M_0}{M_0 - \lambda t} \right) - \mu g t$

PART - II

- | | | | |
|-------|---------|--------|--------|
| 1. B | 2. D | 3. A | 4. B |
| 5. C | 6. B | 7. C | 8. A |
| 9. C | 10. C | 11. D | 12. D |
| 13. C | 14. B | 15. A | 16. D |
| 17. A | 18. AC | 19. C | 20. A |
| 21. A | 22. A | 23. C | 24. A |
| 25. C | 26. BCD | 27. BC | 28 ACD |

29. BD 30. C 31. C

Exercise -3

PART-I

1. (A) p (B) q (C) p,r (D) q,s
 2. (A) q (B) p,q (C) r (D) s

PART-II

3. C 4. A 5. D 6. A
 7. A 8. A

PART-III

9. B 10. A 11. C 12. A

PART-IV

13. (i) असत्य (ii) सत्य
 (iii) सत्य

PART-V

14. (i) 21. $(4/3, 2/3, 2/3)$ (ii) 24. (iii) 5×10^{-3}

Exercise -4

PART-I

1. B 2. (i) $\frac{4}{3}m/s$ (ii) $\frac{35}{3}J$
 3. A 4. A 5. C
 6. BD 7. B
 8. (a) 30° (b) $X = \frac{433}{4}M$ और $y = \frac{125}{4}m$

9. $e = \frac{5+\sqrt{3}}{8}, M = \frac{26}{\sqrt{3}}kg$

10. प्रक्रम a में ज्यादा परिवर्तन होगा

11. $\frac{50\sqrt{3}}{11}m/s$ 12. C 13. C

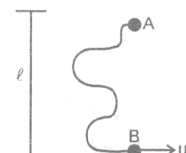
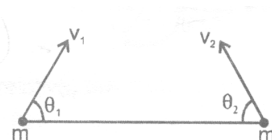
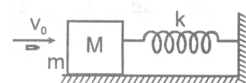
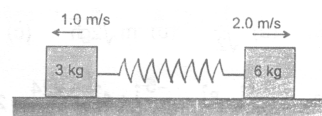
14. $m(-v_2 \sin \left(\frac{v_2}{R} t \right) \hat{i} + v_2 \cos \left(\frac{v_2}{R} t \right) \hat{j} - v_1 \hat{j})$

15. B 16. AD 17. B
 18. B 19. C

MQB

PART-I : OBJECTIVE QUESTION

- एक रेल्वे कार पर एक तोप लगी हुई है। संयुक्त निकाय का द्रव्यमान M तथा वेग v_0 है। तोप का अगला सिरा (बैरल) सतह से α कोण पर है। एक गोला जिसका द्रव्यमान m है u वेग से बैरल के सापेक्ष कार की दिशा में छोड़ा जाता है तो कार का वेग क्या हो कि गोला चलाने के बाद कार रुक जाए (घर्षण नगण्य है)
 (A) $\frac{mu}{M+m}$ (B) $\left(\frac{mu}{M+m}\right)\cos\alpha$ (C) $\left(\frac{mu}{M}\right)\cos\alpha$ (D) $(M+m)\cos\alpha$
- एक 100 kg द्रव्यमान के गोले को $5\times 10^3\text{ kg}$ द्रव्यमान की तोप से क्षैतिज दिशा में छोड़ा जाता है। तोप के सिरे पर गोले की गतिज ऊर्जा $7.5\times 10^6\text{ J}$ है। तोप की प्रतिक्षेप गतिज ऊर्जा क्या होगी।
 (A) $2\times 10^5\text{ J}$ (B) $7.5\times 10^6\text{ J}$ (C) $1.5\times 10^5\text{ J}$ (D) 10^5 J
- दो 3 kg और 6 kg द्रव्यमान वाले ब्लॉक चिकनी क्षैतिज सतह पर रखे हैं। यह दोनों $k=200\text{ N/m}$ बल नियतांक वाले हल्के स्प्रिंग से जुड़े हैं। प्रारम्भ में स्प्रिंग में कोई खिंचाव नहीं है ब्लॉकों के वेग दर्शाये गये हैं। स्प्रिंग में अधिकतम खिंचाव बताइये।
 (A) 30 cm (B) 25 cm (C) 20 cm (D) 15 cm
- गेंद 1 दूसरी एक समान गेंद 2 जो विरामावस्था में है, से सीधे टकराती है। टक्कर के बाद दूसरी गेंद का वेग पहली गेंद के वेग का दुगुना हो जाता है। दोनों गेंदों के मध्य प्रत्यावस्थान गुणांक ज्ञात करो?
 (A) $e=1/3$ (B) $e=1/2$ (C) $e=1/4$ (D) $e=2/3$
- दो एक समान कणों के निकाय पर विचार कीजिए। एक कण स्थिर है तथा दूसरे कण का त्वरण $\vec{a}$ है। द्रव्यमान केन्द्र त्वरण होगा।
 (A) शून्य (B) $\frac{1}{2}\vec{a}$ (C) $\vec{a}$ (D) $2\vec{a}$
- $1g$ व $4g$ के दो पिण्ड समान गतिज ऊर्जा से गतिशील हैं उनके रेखिक संवेगों का अनुपात होगा ? [REE-89]
 (A) $1:1$ (B) $1:2$ (C) $1:3$ (D) $1:4$
- प्रारम्भ में M द्रव्यमान का अंतरिक्षयान v वेग से मुक्त आकाश में गति कर रहा है तब यह तो भागों में टूट जाता है। अगर विखण्डन के बाद द्रव्यमान m का एक भाग स्थिर हो जाता है तो दूसरे भाग का वेग होगा।
 (A) $Mv/(M-m)$ (B) $Mv/(M+m)$ (C) $Mv/(m-M)$ (D) $Mv/(m+m)$
- एक M द्रव्यमान की गोली का एक M द्रव्यमान के ब्लॉक से (जो कि स्प्रिंग नियतांक k वाली स्प्रिंग से जुड़ा है) वेग V_0 से टकराती है यदि गोली गुटके के अंदर धंस जाती है तो स्प्रिंग में अधिकतम संपीड़न होगा।
 (A) $\left(\frac{m^2v_0^2}{(M+m)k}\right)^{1/2}$ (B) $\left(\frac{Mmv_0^2}{2(M+m)k}\right)^{1/2}$ (C) $\left(\frac{Mv_0^2}{2(M+m)k}\right)^{1/2}$ (D) $\left(\frac{mv^2}{(M+m)k}\right)^{1/2}$
- समान द्रव्यमान m के दो कण v_1 तथा v_2 वेग θ_1 तथा θ_2 कोण पर चित्रानुसार प्रक्षेपित किये जाते हैं दो कणों का द्रव्यमान केन्द्र
 (A) v_1, v_2, θ_1 तथा θ_2 के किसी भी मान के लिये परवलयिक पथ में गति करेगा।
 (B) उर्ध्वाधर रेखा में गति करेगा।
 (C) क्षैतिज रेखा में गति करेगा।
 (D) v_1, v_2, θ_1 तथा θ_2 के किसी भी मान के लिये सरल रेखा में गति करेगा।
- समान द्रव्यमान m के दो कण A व B एक अविस्तारित 2ℓ लम्बाई की रस्सी से जुड़े हैं। सम्पूर्ण निकाय चिकनी क्षैतिज मेज पर रखा है। प्रारम्भ में B की A से दूरी ℓ है। कण B को AB रेखा के लम्बवत् टेबल पर u वेग से फेंका जाता है। झटके के बाद A का वेग होगा—



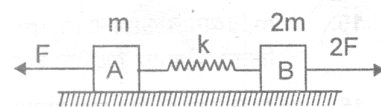
- (A) $\frac{u\sqrt{3}}{4}$ (B) $u\sqrt{3}$ (C) $\frac{u\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{u}{2}$

11. m द्रव्यमान का आदमी समतल कार पर स्थिर खड़ा है कार बिना घर्षण के क्षैतिज दिशा में गति कर सकती है। आदमी कार के सापेक्ष v वेग से गति करता है। आदमी द्वारा किया गया कार्य

- (A) यदि पटरी की दिशा में चलता है तो $\frac{1}{2}mv^2$ से कम
 (B) पटरी के लम्बवत् दिशा में चलता है तो $\frac{1}{2}mv^2$ के बराबर
 (C) कभी भी $\frac{1}{2}mv^2$ से कम नहीं
 (D) यदि पटरी की दिशा में चलता है तो $\frac{1}{2}mv^2$ से ज्यादा

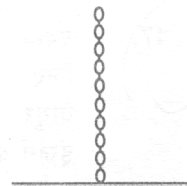
PART-II : SUBJECTIVE QUESTION

1. दो ब्लॉक A और B द्रव्यमान 'm' और 2m को 'k', स्प्रिंग नियतांक वाली द्रव्यमानहीन स्प्रिंग के सिरो से जोड़ा जाता है। यह दोनों चिकने क्षैतिज धरातल पर गति कर सकते हैं। प्रारम्भ में A व B का वेग क्रमशः 'u' बायीं ओर तथा '2u' दायीं ओर है। दिखाये अनुसार नियत बल F तथा 2F हमेशा A व B पर कार्यरत है। गति के दौरान स्प्रिंग में अधिकतम खिंचाव है।



2. θ ढाल वाले नततल पर एक गेंद टक्कर बिन्दु से h ऊँचाई से गिरती है तथा पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर करती है। यह नततल पर दुबारा किस बिन्दु पर टकरायेगी ?

3. एक समान द्रव्यमान m तथा लम्बाई ℓ की चैन धागे द्वारा लटक रही है तथा निचले सिरे द्वारासतह को स्पर्श कर रही है तो मेज द्वारा चैन पर आरोपित बल जब आधी लम्बाई मेज पर गिर चुकी है तथा गिरा भाग ढेर नहीं बनाता है।



4. दो समरूप गोड़ियां 1 तथा 2 जिनमें एक-एक व्यक्ति बैठा है जड़त्व के कारण एक दूसरे की तरफ घर्षणहीन समान्तर रेल पथों पर गति कर रही है। जब दोनों एक दूसरे के पास से गुजरती है तो दोनों व्यक्ति गति के लम्बवत् दिशा में कूदर अपनी स्थिति परिवर्तित करते हैं जिसके कारण गाड़ी 1 रुक जाती है तथा गाड़ी 2 समान दिशा में गति करती रहती है तथा इसका वेग v हो जाता है तो दोनों गाड़ियों के प्रारम्भिक वेग v_1 तथा v_2 ज्ञात करो। यदि प्रत्येक प्रत्येक गाड़ी का द्रव्यमान M तथा प्रत्येक व्यक्ति का द्रव्यमान m है।

5. दो एक जैसी गाड़ियां एक के बाद एक जड़त्व (बिना घर्षण के) के कारण समान वेग v_0 से गति करती है। m द्रव्यमान का एक व्यक्ति पिछली गाड़ी पर समाप्त है। किसी क्षण व्यक्ति उसकी गाड़ी के सापेक्ष u वेग से उछलकर आगे वाली गाड़ी में कूद जाता है। दोनों गाड़ियों का द्रव्यमान M है। इसके बाद दोनों गाड़ियों के वेग ज्ञात करो।

6. समान द्रव्यमान m के दो व्यक्ति M द्रव्यमान की स्थिर गाड़ी पर खड़े हैं। घर्षण नगण्य है, तो निम्न स्थितियों में आदमियों के कूदने के बाद गाड़ी का वेग ज्ञात करो— (1) दोनों एक साथ कूदते हैं (2) एक के बाद एक कूदते हैं। किस स्थिति में गाड़ी का वेग ज्यादा होगा और कितना गुना ज्यादा होगा ?

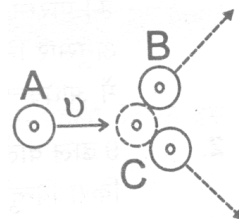
7. एक स्थिर धिरनी से पारित रस्सी के एक सिरे पर लगी सीढ़ी पर आदमी खड़ा है तथा दूसरे से M द्रव्यमान का ब्लॉक जुड़ा है। m द्रव्यमान का आदमी सीढ़ी के सापेक्ष ℓ ऊँचाई तक चढ़ता है तथा रुक जाता है। रस्सी का द्रव्यमान तथा धिरनी में घर्षण नगण्य है। तो निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन ℓ ज्ञात करो।

8. m_1 द्रव्यमान का कण m_2 द्रव्यमान के स्थिर कण से पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर करता है। टकराने वाले कणों की गतिज ऊर्जा का कितना भाग ह्रास होगा। यदि

- (A) ये दोनों टकराने के बाद प्रारम्भिक गति की दिशा से लम्बवत् गति करते हैं।
 (B) यदि टक्कर सम्मुख है।

9. कण 1 एक स्थिर कण 2 से पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर करता है। उनके द्रव्यमान का अनुपात ज्ञात करो। यदि

- (A) सीधी (सम्मुख) टक्कर के बाद कण समान चाल से विपरीत दिशा में चले जाते हैं।
 (B) यदि दोनों कण, कण 1 की गति दिशा से समान $\theta = 60^\circ$ कोण पर गति करते हैं।
10. एक गेंद रैखीय गति करती हुई दूसरी समान स्थिर गेंद से प्रत्यास्थ टक्कर करती है टकराते समय दोनों गेंदों के केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा तथा प्रारम्भिक गति की दिशा के बीच कोण $\alpha = 45^\circ$ है। माना गेंदे चिकनी है। अधिकतम विरूपण की स्थिति में गतिज ऊर्जा का स्थितिज ऊर्जा परिवर्तित भाग η क्या होगा।
11. $v=500$ m/s वेग से गति करता हुआ एक गोला तीन समान भागों में टूट जाता है तथा निकाय की गतिज ऊर्जा $\eta = 1.5$ गुना बढ़ जाती है। किसी एक टुकड़े द्वारा प्राप्त अधिकतम वेग क्या होगा ?
12. $v=10$ m/s वेग से चलता हुआ एक कण 1 समान द्रव्यमान के दूसरे स्थिर कण 2 से सम्मुख टक्कर करता है। टक्कर के कारण निकाय की गतिज ऊर्जा $\eta = 1.0\%$ हो जाती है। कण 1 का टक्कर के पश्चात् वेग का परिमाण व दिशा ज्ञात करो।
13. m द्रव्यमान का कण स्थिर M द्रव्यमान के कण से टकराता है तथा एक दूसरे से $\pi/2$ कोण पर विक्षेपित हो जाते हैं। M द्रव्यमान का कण m द्रव्यमान के कण की गति की दिशा से $\theta = 30^\circ$ कोण पर गति करता है। टक्कर के बाद कितने प्रतिशत गतिज ऊर्जा परिवर्तित होगी यदि $M/m=5.0$
14. एक बंद निकाय m_1 तथा m_2 द्रव्यमान के दो कणों से मिलकर बना है जो v_1 तथा v_2 वे से एक दूसरे के लम्बवत् गति करते हैं। ज्ञात करो
 (A) प्रत्येक कण का संवेग और (B) उनके द्रव्यमान केन्द्र सापेक्ष दोनों की कुल गतिज ऊर्जा
15. m_1 द्रव्यमान का कण $m_2(m_1 > m_2)$ द्रव्यमान के स्थिर कणसे प्रत्यास्थ टक्कर करता है। टक्कर के कारण दोनों कण अधिकतम कितने कोण पर विक्षेपित होंगे।
16. A, B तथा C तीन एक समान चकती चिकने क्षैतिज तल पर विराम में रखी हुई है। चकती A को जब v वेग दिया जाता है तो चिकनी B तथा C से एक साथ प्रत्यास्थ टक्कर करती है। बाद वाली चकती के केन्द्रों के बीच की दूरी प्रत्येक चकती के व्यास से η गुना ज्यादा है। टक्कर रेखा के बाद A का वेग क्या होगा। η के किस मान के लिये A वापिस आ जाएगी, रुक जाएगी चलती रहेगी ?
17. एक वायुयान (m_0 द्रव्यमान) बाह्य बलों के अभाव में v_0 नियम वेग से गति करता है। वायुयान की दिशा परिवर्तित करने के लिये वायुयान का इंजन चालू करते हैं। वह u वेग से गैस निष्कासित करता है। जो कि वायुयान के सापेक्ष नियत है तथा वायुयान की गति की दिशा के लम्बवत् है। जब वायुयान का द्रव्यमान m होता है तब इंजन बंद हो जाता है। वायुयान के इंजन के कारण वायुयान किस कोण α पर गति की दिशा से विचलित होगा।



Answers

PART - I

- | | | | |
|------|-------|--------|------|
| 1. C | 2. C | 3. A | 4. A |
| 5. B | 6. B | 7. A | 8. A |
| 9. B | 10. A | 11. AB | |

PART - II

- | | |
|---|---|
| 1. $x_{\max} = \frac{4F + \sqrt{16F^2 + 54u^2k}}{3k}$ | 7. $\ell = m\ell' / 2m$ |
| 2. $8h \sin \theta$ नततल के अनुदिश | 8. (a) $\eta = 2m_1 / (m_1 + m_2)$; |
| 3. $3/2 mg$ | (b) $\eta = 4m_1m_2 / (m_1 + m_2)$ |
| 4. $v_1 = -mv / (M - m), v_2 = Mv / (M - m)$ | 9. (a) $m_1m_2 = 1/3$; |
| 5. $v_{\text{rear}} = v_0 - \frac{m}{M+m}u$; $v_{\text{form}} = v_0 + \frac{mMu}{(M+m)^2}$ | (b) $m_1/m_2 = 1 + 2\cos \theta = 2.0$ |
| 6. (1) $v_1 = -\frac{2M}{M+2m}u$, (2) $v_2 = -\frac{m(2M+3m)}{(M+m)(M+2m)}u$ | 10. $\eta = 1/2 \cos^2 \alpha = 0.25$ |
| | 11. $v_{\max} = v(1 + \sqrt{2(\eta\eta')}) = 1.0 \text{ km per second}$ |
| | 12. कण समान दिशा में गति करता रहेगा, यद्यपि इस समय $\eta \ll 1$ के लिए $v' = (1 - \sqrt{1 - 2\eta})v / 2$.
$\Rightarrow v' \approx \eta v / 2 = 5 \text{ cm/s}$. |
| | 13. $\Delta T / T = (1 + m/M) \tan^2 \theta + m/M - 1 = 140$ |
| | 14. (a) $p = \mu \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$; |
| | (b) $T = 1/2 \mu (v_1^2 + v_2^2)$. |

यहाँ $\mu m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$

15. $\sin \theta_{\max} = m_2 / m_1$

16. $v' = -v(2 - \eta^2) / (6 - \eta^2)$.

η के $\sqrt{2}$ से कम बराबर व ज्यादा के लिए

17. $\alpha = (u / u_0) \ln(m_0 / m)$